SİZCE NASIL?

Bazı demiryolu şirketleri yolcu tren pencerelerini çok ince metal tabaka ile kaplamayı düşünürler. (Kaplama içeriden görülecek kadar incedir). Bunu başkalarının cep telefonunda yüksek sesle konuşmalarından rahatsızlık duyan yolcuların şikayetlerini karşılamak için yapıyorlar. Birkaç yüz nanometre kalınlıklı bir metal kaplama bu sorunu nasıl giderilebilir? *(Arthur Tilley/FPG International)*

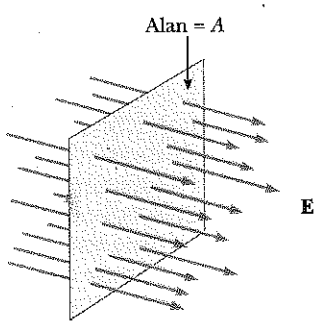
b ö l ü m

24

Gauss Yasası

Bölüm İçeriği

24.1 Elektrik Akısı
24.2 Gauss Yasası
24.3 Gauss Yasasının Yüklü Yalıtkanlara Uygulanması
24.4 Elektrostatik Dengedeki İletkenler
24.5 *(Seçmeli)* Gauss Yasası ve Coulomb Yasasının Deneysel Doğrulanması
24.6 *(Seçmeli)* Gauss Yasasının Çıkarılışı



Şekil 24.1 Alana dik A yüzölçümlü bir düzlemden geçen düzgün bir elektrik alanının alan çizgileri. Bu yüzölçümden geçen Φ_E elektrik akısı EA ya eşittir.

Bundan önceki bölümde, verilen bir yük dağılımının elektrik alanının, Coulomb yasasından nasıl hesaplandığı görüldü. Bu bölümde, *Gauss yasası* ve elektrik alanlarının başka bir hesap yolu anlatılacaktır. Bu yasa, nokta yükler arasındaki temel elektrostatik kuvvetin terskare yasasına uyduğu gerçeğine dayanır. Gauss yasası, Coulomb yasasının bir sonucu olmakla birlikte, yüksek simetrili yük dağılımlarının elektrik alan hesabında çok daha kullanışlıdır. Ayrıca, karmaşık problemlerin nitel anlaşılmasına olanak sağlar.

24.1 ELEKTRİK AKISI

11.6 Elektrik alan çizgileri kavramı Bölüm 23 de nitel olarak tanımlandı. Elektrik alan çizgilerini daha nicel biçimde işlemek için elektrik akı kavramı kullanılacaktır.

Önce, Şekil 24.1 deki gibi doğrultu ve büyüklükçe düzgün olan bir elektrik alanımız olsun. Elektrik alan çizgileri alana dik A yüzölçümlü bir dikdörtgen yüzeyden geçmektedir. Birim yüzölçümden geçen alan çizgilerinin sayısının (bir başka deyişle, çizgi yoğunluğu), elektrik alanın büyüklüğüyle orantılı olduğu Kesim 23.6'dan biliniyor. Bu nedenle, A yüzölçümünden geçen alan çizgilerinin sayısı EA ile orantılıdır. Elektrik alan büyüklüğü E ile alana dik A yüzölçümünün çarpımına Φ **elektrik akısı** denir:

$$\Phi_E = EA \qquad \textbf{(24.1)}$$

E ve A nın birimleri SI'ye göre alındığında, Φ_E nin birimi Coulomb başına newton metrekare ($N \cdot m^2/C$) dir. **Elektrik akısı bir yüzeyden geçen elektrik alan çizgileri sayısı ile orantılıdır.**

ÖRNEK 24.1 Bir Küreden Geçen Akı

Merkezinde +1,00 μC luk bir yük bulunduran 1,00 m yarıçaplı bir küreden geçen elektrik akısı ne kadardır?

Çözüm Bu yükten 1,00 m uzaktaki elektrik alanının büyüklüğü Eşitlik 23.4 ile verilir:

$$E = k_e \frac{q}{r^2} = (8{,}99 \times 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \frac{1{,}00 \times 10^{-6}\ \text{C}}{(1{,}00\ \text{m})^2}$$

$$= 8{,}99 \times 10^3\ \text{N/C}$$

Alan yarıçapsal (radyal) olarak dışarıya yönelik olup bu nedenle her yerde küre yüzeyine diktir. Böylece küreden (yüzey alanı $A = 4\pi r^2 = 12{,}6\ \text{m}^2$) geçen akı:

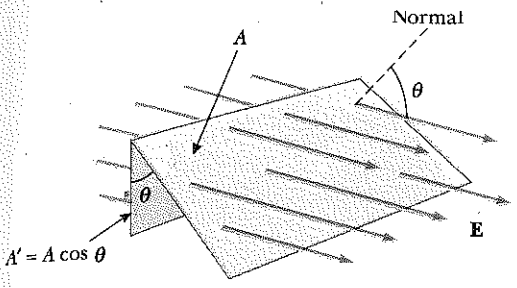
$$\Phi_E = EA = (8{,}99 \times 10^3\ \text{N/C})\ (12{,}6\ \text{m}^2)$$

$$= 1{,}13 \times 10^5\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$$

Alıştırma Kürenin yarıçapı 0,5 m olsaydı (a) elektrik alanı ve (b) küreden geçen akı ne olurdu?

Cevap (a) $3{,}60 \times 10^4$ N/C; (b) $1{,}13 \times 10^5\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}$

Gözönüne alınan yüzey alana dik değilse, yüzeyden geçen akı (24.1) Eşitliği ile verilenden az olmalıdır. Düzgün elektrik alanıyla θ açısı yapan A yüzölçümlü yüzeyin normali Şekil 24.2 ye bakarak anlaşılabilir. Bu yüzölçümden geçen alan çizgilerinin sayısı, alana dik A' izdüşüm yüzölçümünden geçenlerinkine eşittir. Şekil 24.2 den, bu iki yüzölçüm arasında $A' = A \cos\theta$ bağıntısının olduğu görülür. A dan ve A' den geçen akılar aynı olduğundan A dan geçen



Şekil 24.2 Alanla θ açısı yapan bir A yüzölçümünden geçen düzgün elektrik alanının alan çizgileri. A' ve A yüzölçümünden geçen alan çizgilerinin sayısı eşit olduğundan, A' ve A dan aynı $\Phi_E = EA \cos\theta$ akısı geçer.

akı için

$$\Phi_E = EA' = EA\cos\theta \qquad (24.2)$$

sonucu çıkarılır. Bu sonuçtan, belli yüzölçümlü bir yüzeyden geçen akının, yüzeyin alana dik olması (başka deyişle, yüzey normalinin alana paralel olması, yani Şekil 24.2 de $\theta = 0°$) durumunda EA en büyük değerini aldığı; yüzeyin alana paralel olması (yani, yüzey normalinin alana dik olması, $\theta = 90°$) durumunda ise sıfır olduğu görülür.

Önceki tartışmada elektrik alanının düzgün olduğu varsayıldı. Daha genel durumlarda elektrik alanı, yüzey üzerinde değişebilir. Bu bakımdan, (24.2) Eşitliği ile verilen akı tanımının, yalnızca küçük bir yüzey öğesi için anlamı vardır. Genel bir yüzeyin, çok sayıda ΔA yüzölçümlü küçük yüzey öğelerine bölündüğü düşünülsün. Bu yüzey öğeleri yeterince küçükseler elektrik alanının öğeler üzerindeki değişimi önemsenmeyebilir. Şekil 24.3 deki gibi, büyüklüğü i inci yüzey öğesinin yüzölçümünü göstermek üzere doğrultusu yüzeye *dik alınan* bir $\Delta\mathbf{A}_i$ vektörünün tanımlanması yerinde olur. Bu küçük yüzey öğesinden geçen $\Delta\Phi_E$ elektrik akısı, iki vektörün ($\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB\cos\theta$) skaler çarpım tanımı kullanılarak;

$$\Delta\Phi_E = E_i\,\Delta A_i\cos\theta = \mathbf{E}_i \cdot \Delta\mathbf{A}_i$$

olur. Yüzeyden geçen toplam akı, bütün öğelerin katkısı toplanarak bulunur. Yüzey öğelerinin yüzölçümleri sıfıra yaklaştığında sayıları sonsuza ulaşacağından, toplam yerine integral alınır. Buna göre elektrik akısının genel tanımı

$$\Phi_E = \lim_{\Delta A_i \to 0} \sum \mathbf{E}_i \cdot \Delta\mathbf{A}_i = \int_{\text{yüzey}} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \qquad (24.3)$$

dir. 24.3 Eşitliği, sözkonusu yüzey üzerinden alınması gereken bir *yüzey integrali*dir. Genelde Φ_E nin değeri, hem elektrik alanının desenine, hem de alınan yüzeye bağlıdır.

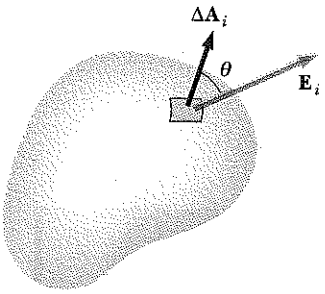
Çoğu kez *kapalı bir yüzeyden* geçen akının hesabıyla ilgilenilir. Kapalı yüzey, uzayı iç ve dış bölgelere ayıran yüzey olarak tanımlanır. Bu yüzeyi geçmeden bölgelerden birinden ötekine hareket edilemez. Örneğin, küre yüzeyi kapalı bir yüzeydir.

Şekil 24.4 deki kapalı yüzey göz önüne alınsın. Farklı yüzey öğelerinin $\Delta\mathbf{A}_i$ vektörleri çeşitli doğrultularda yönelmişlerdir. Her noktada bu vektörler yüze-

[1] Konumuna bağlı olarak bir küçük yüzey öğesinden çok az veya fazla sayıda alan çizgisi geçebileceğinden, alan çizgileriyle yapılan çizimlerde belirsizlikler olabilir. Elektrik akısının temel tanımı $\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ dır. Alan çizgilerinin kullanımı yalnızca kavramı göz önünde canlandırmaya yarayan bir araçtır.

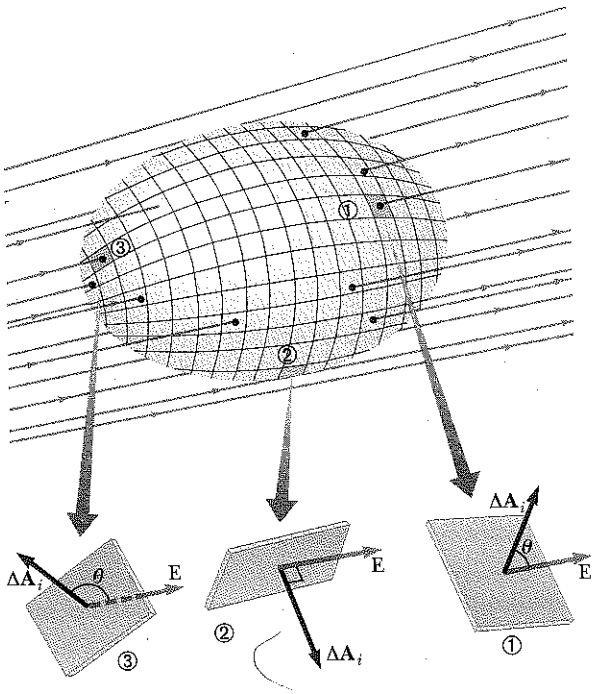
Ev Deneyi

Masa lâmbası ile bir oyun kâğıdı aydınlatıldığında kâğıdın masa üzerindeki bölgesinin büyüklüğünün kâğıdın ışık demetine göre yönelimine nasıl bağlı olduğunu gözlemleyiniz. Oyun kağıdının ne kadar ışığı önlediği Eş. 24.2 benzeri bir formülle bulunabilir mi?



Şekil 24.3 ΔA_i yüzölçümlü küçük bir yüzey öğesi. Elektrik alanı, yüzey öğe normali olarak (ΔA_i vektörü) ile θ açısı yapmaktadır ve yüzey öğesinden geçen akı $E_i\,\Delta A_i\cos\theta$ ya eşittir.

Elektrik akısının tanımı



Şekil 24.4 Elektrik alanında kapalı bir yüzey. ΔA_i yüzölçüm vektörleri anlaşma uyarınca yüzeye dik ve dışa doğrudurlar. Bir yüzey öğesinden geçen akı artı (① öğesi), sıfır(② öğesi) veya eksi (③ öğesi) olabilir.

Karl Friedrich Gauss
Alman matematikçisi ve gökbilimcisi (1777-1855)

ye *dik* olup anlaşma uyarınca her zaman *dışarı* yönelmişlerdir. ① ile gösterilen yüzey öğesinde **E** dışarı doğrudur ve $\theta < 90°$; böylece, bu yüzey öğesinden geçen $\Delta\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{A}$ akısı artıdır. ② öğesinde alan çizgileri yüzeyi yalayarak geçerler ($\Delta\mathbf{A}_i$ vektörüne dik); böylece $\theta = 90°$ ve akı sıfırdır. ③ gibi yüzey öğelerinde alan çizgileri yüzeyi dışarıdan içeri doğru geçerler, $180° > \theta > 90°$ için $\cos\theta$ eksi olduğundan akı eksi olur. Yüzeyden geçen *net* akı, yüzeyden ayrılan alan çizgilerinin net sayısıyla orantılıdır, burada net sayı, *yüzeyden çıkanların sayısından, girenlerin sayısının çıkarılması anlamına gelir.* Yüzeye girenden çok çıkan alan çizgisi varsa, net akı artıdır. Yüzeyden çıkandan daha çok alan çizgisi yüzeye giriyorsa net akı eksidir. $\oint$ sembolü, *kapalı bir yüzey üzerinden alınan integrali* göstermek üzere, kapalı bir yüzeyden geçen Φ_E net akısı,

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint E_n \, dA \qquad (24.4)$$

şeklinde yazılabilir. Burada E_n, elektrik alanın yüzeye dik bileşenidir. Kapalı bir yüzeyden geçen net akının hesabı çok sıkıcı olabilir. Bununla birlikte, alan her noktada yüzeye dik ve büyüklüğü sabitse hesaplama Örnek 24.1'deki gibi doğrudan yapılabilir. Aşağıdaki örnek bu noktaya açıklık getirmektedir.

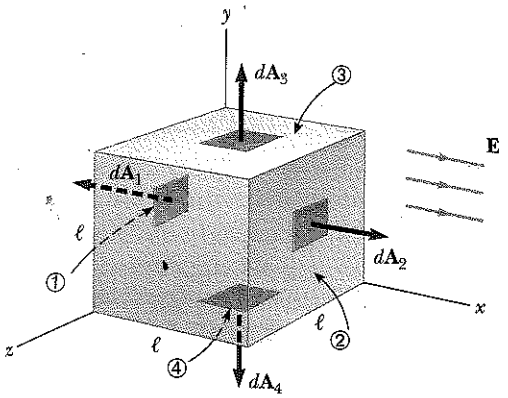
ÖRNEK 24.2 Bir Kübten Geçen Akı

x doğrultusunda yönelmiş düzgün bir **E** elektrik alanı göz önüne alınsın. Şekil 24.5 deki gibi yönlendirilen ℓ kenar uzunluklu bir kübün yüzeyinden geçen net elektrik akısını bulunuz.

Çözüm Net akı, kübün her bir yüzeyinden geçen akıların toplamıdır. Önce, **E** , $d\mathbf{A}$ ya dik olduğundan kübün *dört* yüzünden (③, ④ ve sayı verilmeyenler) geçen akı sıfırdır.

① ve ② yüzlerinden geçen net akı:

$$\Phi_E = \int_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} + \int_2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$



Şekil 24.5 x eksenine paralel düzgün bir elektrik alanındaki küp biçimli kapalı bir yüzey. Kapalı yüzeyden geçen net akı sıfırdır. ④ yüzü küpün altı, ① yüzü de ② nin karşısındadır.

① yüzünde **E** sabit ve içeri doğru, $d\mathbf{A}$ ise dışarı doğrudur ($\theta = 180°$); böylece, bu yüzden geçen akı, her bir yüzün alanı $A = \ell^2$ olduğuna göre,

$$\int_1 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int_1 E(\cos 180°)\, dA = -E \int_1 dA = -EA = -E\ell^2$$

② yüzü için **E** sabittir ve $d\mathbf{A}$ ile aynı doğrultudadır ($\theta = 0°$); buna göre bu yüzden geçen akı:

$$\int_2 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int_2 E(\cos 0°)\, dA = E \int_2 dA = +EA = E\ell^2$$

Böylece tüm altı yüz için net akı:

$$\Phi_E = -E\ell^2 + E\ell^2 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0$$

24.2 GAUSS KANUNU

Bu kesimde, kapalı bir yüzeyden (çoğu kez *gauss yüzeyi* denir) geçen net elektrik akısıyla, yüzey tarafından *sarılan* yük arasındaki genel bağıntı anlatılacaktır. *Gauss yasası* olarak bilinen bu bağıntının elektrik alanların incelenmesinde büyük önemi vardır.

Şekil 24.6 daki gibi r yarıçaplı bir kürenin merkezinde bulunan artı bir nokta yük gözönüne alınsın. Eş. (23.4) e göre, bu küre yüzeyinde her yerde elektrik alanın büyüklüğü $E = k_e q/r^2$ dir. Örnek 24.1 de belirtildiği gibi alan çizgileri, yarıçap doğrultusunda dışarı doğrudur ve bu nedenle yüzeye her noktada diktirler. Yani, **E**, her yüzey noktasında o noktayı saran $\Delta\mathbf{A}_i$ yüzölçümlü yüzey öğesini temsil eden $\Delta\mathbf{A}_i$ vektörüne paraleldir. Bu nedenle,

$$\mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{A}_i = E\Delta A_i$$

ve Eş. (24.4) den, gauss yüzeyinden geçen net akının, E, simetri nedeniyle yüzey üzerinde sabit ve $E = k_e q/r^2$ ile verildiğinden integral dışına alınarak,

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint E\, dA = E \oint dA$$

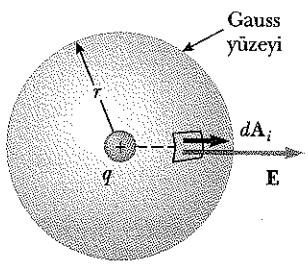
olduğu bulunur. Üstelik, yüzey küresel olduğundan $\oint dA = A = 4\pi r^2$ dir. Bu nedenle gauss yüzeyinden geçen net akı

$$\Phi_E = \frac{k_e q}{r^2}\,(4\pi r^2) = 4\pi k_e q$$

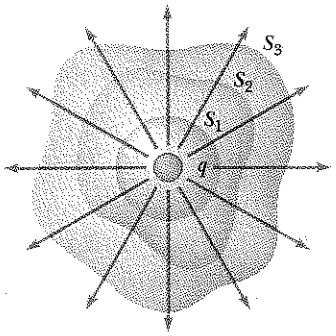
olur. Kesim 23.3 den $k_e = 1/(4\pi\epsilon_0)$ olduğu için bu

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0} \qquad \textbf{(24.5)}$$

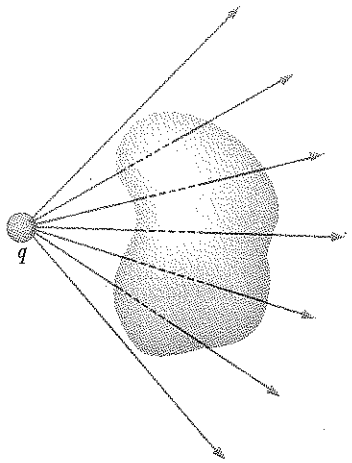
biçiminde yazılabilir. Net akı için bu bağıntısının, Örnek 24.1'deki ile aynı sonucu verdiği gösterilebilir: $\Phi_E = 1{,}00 \times 10^{-6}\ \text{C})/(8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2) = 1{,}13 \times 10^5\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}$.



Şekil 24.6 Bir q nokta yükünü saran r yarıçaplı küresel bir gauss yüzeyi. Yük küre merkezinde olduğunda, elektrik alan her yerde yüzeye dik ve sabit büyüklüktedir.



Şekil 24.7 Bir q yükünü saran çeşitli biçimlerde kapalı yüzeyler. Tüm yüzeylerden geçen net elektrik akısı aynıdır.



Şekil 24.8 Kapalı bir yüzey *dışında* bulunan bir nokta yük. Yüzeye giren ve çıkan alan çizgilerinin sayısı eşittir.

İçinde yük olmadığında kapalı bir yüzeyden geçen net elektrik akısı sıfırdır.

Eşitlik 24.5 e göre küresel yüzeyden geçen net akı, yüzey *içindeki* yükle orantılıdır. Elektrik alanı $1/r^2$ ile, küre yüzeyinin alanı r^2 ile orantılı olduğundan, akı r yarıçapından bağımsız olur. Böylece yüzey alanı ve elektrik alanı çarpımında r ye bağımlılık ortadan kalkar.

Şimdi Şekil 24.7 deki gibi, bir q yükünü saran çeşitli kapalı yüzeyler gözönüne alınsın. S_1 yüzeyi küresel, S_2 ve S_3 yüzeyleri ise küresel değillerdir. Eş. 24.5 e göre S_1 yüzeyinden geçen akı, q/ϵ_0 değerindedir. Bundan önceki kesimde görüldüğü gibi, akı o yüzeyden geçen elektrik alan çizgilerinin sayısıyla orantılıdır. Şekil 24.7 deki çizimden, S_1 küresel yüzeyinden geçen elektrik alan çizgilerinin sayısı, S_2 ve S_3 küresel olmayan yüzeylerden geçen elektrik alan çizgilerinin sayısına eşittir. Bu nedenle, *herhangi* kapalı bir yüzeyden geçen net akının, yüzeyin biçiminden bağımsız olduğu sonucu çıkarılır. **Bir q nokta yükünü saran herhangi bir kapalı yüzeyden geçen net akı q/ϵ_0 dır.**

Şekil 24.8 deki gibi, rastgele biçimli kapalı bir yüzey *dışında* bulunan bir nokta yükü göz önüne alınsın. Bu çizimden görüldüğü üzere, yüzeye giren elektrik alan çizgileri başka bir noktada yüzeyden çıkmaktadırlar. Yüzeye giren ve çıkan elektrik alan çizgilerinin sayıları eşittir. Bundan dolayı, **yük sarmayan kapalı bir yüzeyden geçen net elektrik akısının sıfır olduğu** sonucu çıkarılır. Bu sonuç Örnek 24.2'e uygulanırsa, içinde yük bulunmadığı için, kübten geçen net akının sıfır olduğu kolayca görülebilir.

Sınama Sorusu 24.1

Örnek 24.1 deki yükün kürenin merkezinden 1,01 m uzakta kürenin tam dışında olduğu varsayılsın. Küreden geçen toplam akı ne kadardır?

Bu tartışmaları, birçok nokta yük veya sürekli yük dağılımı genel haline genişletelim. Bunun için **birçok yükün elektrik alanının, yüklerin elektrik alanlarının vektörel toplamı olduğunu** söyleyen **üstüste binme ilkesinden** yararlanacağız. Yani, herhangi kapalı bir yüzeyden geçen akı

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \cdots) \cdot d\mathbf{A}$$

şeklinde belirtilebilir. Burada $\mathbf{E}$, yüzeyin herhangi bir noktasındaki toplam elektrik alanı olup her bir yükün o noktadaki elektrik alanlarının vektörel top-

lamıdır. Şekil 24.9 daki yükler sistemi ele alınsın. S yüzeyi yalnız q_1 yükünü sarmaktadır; bu nedenle S den geçen net akı q_1/ϵ_0 dır. S nin dışındaki q_2 ve q_3 yüklerinin S den geçirdiği akı, S ye bir noktada giren elektrik alan çizgisinin başka bir noktada S den çıkması nedeniyle sıfırdır. S' yüzeyi q_2 ve q_3 yüklerini sardığından S' den geçen net akı $(q_2 + q_3)/\epsilon_0$ dır. Son olarak, içinde yük bulunmadığından S'' yüzeyinden geçen net akı sıfırdır. Yani, S''ye bir noktada giren *bütün* alan çizgileri başka bir noktada yüzeyden ayrılırlar.

Yukarıda belirtilenin bir genellemesi olan **Gauss yasasına** göre, *herhangi* bir kapalı yüzeyden geçen net akı;

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} \qquad \textbf{(24.6)}$$

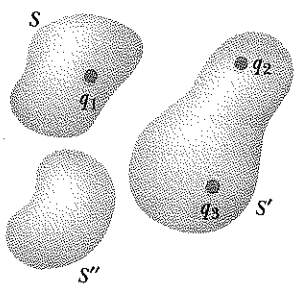
Gauss yasası

dir. Burada $q_{iç}$, yüzey içindeki net yükü, **E** de yüzeyin herhangi bir noktasındaki elektrik alanını göstermektir.

Gauss yasasının açık bir kanıtlanması Kesim 24.6'da verilecektir. Eş. 24.6 kullanılırken, $q_{iç}$ in gauss yüzeyi içindeki net yükü, **E** nin ise gauss yüzeyinin hem iç, hem de dışındaki yüklerden ileri gelen *toplam elektrik alanını* gösterdiğine dikkat edilmelidir.

Gauss yasası, yüksek simetrili yük dağılımının E sini hesaplamada kullanışlıdır.

İlke olarak, Gauss yasası bir yükler sistemi veya sürekli bir yük dağılımının elektrik alanını bulmak için kullanılabilir. Bununla birlikte, uygulamada bu tür çözüm yalnızca, yüksek simetrili sınırlı sayıda durumlar için uygulanabilir. Bundan sonraki kesimde görüleceği gibi, Gauss yasası, küresel, silindirik veya düzlem simetrili yük dağılımlarının elektrik alanını hesaplamada kullanılabilir. Yük dağılımını saran gauss yüzeyi özenle seçildiğinde Eş. (24.6) daki integral basitleşebilir. Gauss yüzeyi matematiksel bir yüzey olup, herhangi gerçek fiziksel bir yüzeyle çakışma gereği yoktur.



Şekil 24.9 Herhangi kapalı bir yüzeyden geçen net elektrik akısı yalnızca o yüzey *içindeki* yüke bağlıdır. S, S' ve S'' yüzeylerinden geçen net akılar sırasıyla q_1/ϵ_0, $(q_2 + q_3)/\epsilon_0$ ve sıfırdır.

Sınama Sorusu 24.2

Net akının sıfır olduğu bir gauss yüzeyi için aşağıdaki dört ifade doğru olabilir. İfadelerden hangisi doğrudur? (a) Yüzey içinde yük yoktur. (b) Yüzey içinde net yük sıfırdır. (c) Yüzey üzerinde her yerde elektrik alan sıfırdır. (d) Yüzeye giren elektrik alan çizgileri sayısı çıkanlarınkine eşittir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 24.3

Küresel bir gauss yüzeyi bir q nokta yükünü sarmaktadır. Yüzeyden geçen toplam akıya, (a) yükün üç katına çıkarılması, (b) kürenin yarıçapının iki katına çıkarılması, (c) yüzeyin küb şekline dönüştürülmesi ve (d) yükün içeride başka bir konuma götürülmesi durumunda ne olduğunu anlatınız.

Çözüm (a) Akı yüzey içindeki yük miktarı ile orantılı olduğundan yüzeyden geçen akı üç katına çıkar.

(b) Yükten çıkan tüm elektrik alan çizgileri kürenin yarıçapına bakılmaksızın küreden geçeceği için akı değişmez.

(c) Yükten çıkan tüm elektrik alan çizgileri yüzeyin biçimine bakılmaksızın yüzeyden geçeceği için gauss yüzeyinin biçimi değiştiğinde akı değişmez.

(d) Gauss yasası, yüzeyin içinde yükün nerede olduğuna bakılmaksızın yüzey içindeki toplam yükten söz ettiği için, yük yüzey içinde başka bir konuma götürüldüğünde akı değişmez.

24.3 GAUSS YASASININ YÜKLÜ YALITKANLARA UYGULANMASI

Daha önce belirtildiği gibi, yük dağılımı yüksek simetrili olduğunda elektrik alanlarının bulunmasında Gauss yasası kullanışlıdır. Aşağıdaki örneklerde Eş. 24.6 daki integralin basitleşebileceği ve elektrik alanının bulunabileceği gauss yüzeyinin seçim yolları görülmektedir. Yüzeyi seçerken E'yi integral dışına alıp sonra onu çözebilecek biçimde yük dağılımının simetrisinden her zaman yararlanmak gerekir. Bu tür hasabın amacı aşağıdaki koşullardan bir ya da daha çoğunu sağlayan bir yüzey bulmaktır:

1. Elektrik alanının büyüklüğü simetri uyarınca yüzey üzerinde sabit olabilir.
2. Eş. 24.6 daki skaler çarpım **E** ve $d\mathbf{A}$ paralel olduklarından basit bir cebirsel $E\,dA$ çarpımı olarak belirtilebilir.
3. Eş. 24.6 daki skaler çarpım, **E** ve $d\mathbf{A}$ dik olduklarında sıfırdır.
4. Yüzey üzerinde alan sıfır olabilir.

Bu dört koşulun tümü, bundan sonraki örneklerde kullanılacaktır.

ÖRNEK 24.4 Bir Nokta Yükün Elektrik Alanı

Gauss yasasından başlayarak, yalıtılmış bir q nokta yükünün elektrik alanını hesaplayınız.

Çözüm Tek bir yük, olası en basit yük dağılımı olduğundan, Gauss yasası ile elektrik alanının nasıl bulunacağını göstermek için bilinen durum ele alınmaktadır. Bunun için, Şekil 24.10 daki gibi, merkezi nokta yük üzerinde bulunan r yarıçaplı küresel bir gauss yüzeyi seçilir. Pozitif nokta yükün elektrik alanı simetriden dolayı çap boyunca dışarı doğru olacağından yüzeye her noktada diktir. (2) koşulundaki gibi, her noktada **E**, $d\mathbf{A}$ ya paralel olduğundan $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = E\,dA$ dır ve Gauss yasasına göre

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint E\,dA = \frac{q}{\epsilon_0}$$

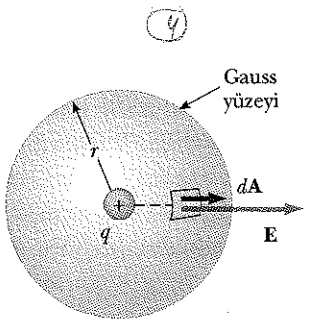
olur. Simetri uyarınca E, yüzeyin her yerine sabit olduğundan (1) koşuluna sağlar ve integral dışına alınabilir. Böylece, küre yüzölçümünü $4\pi r^2$ alarak;

$$\oint E\,dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Buna göre, alanın büyüklüğü

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = k_e \frac{q}{r^2}$$

olur. Bu, Bölüm 23'de Coulomb yasasından çıkarılan bir nokta yükün bilinen elektrik alanıdır.



Şekil 24.10 Bir q nokta yükü küresel gauss yüzeyinin merkezindedir ve **E** yüzeyin her noktasında $d\mathbf{A}$ ya paraleldir.

ÖRNEK 24.5 Küresel Simetrili Bir Yük Dağılımı

11.6 a yarıçaplı, yalıtkan, dolu bir kürenin düzgün yük yoğunluğu ρ ve toplam pozitif yükü Q dür (Şek 24.11). (a) Kürenin dışındaki bir noktada elektrik alan büyüklüğünü hesaplayınız.

Çözüm Yük dağılımı küresel simetrik olduğundan, yine Şekil 24.11a daki gibi, küreyle aynı merkezli r yarıçaplı küresel bir gauss yüzeyi seçilir. Örnek 24.4 deki nokta yükte olduğu gibi bu seçim için de (1) ve (2) koşulları sağlanır Örnek 24.4'deki akıl yürütme izlendiğinde,

$$E = k_e \frac{Q}{r^2} \quad (r > a \text{ için})$$

bulunur. Bu sonuç bir nokta yük için bulunanla özdeştir. Bu nedenle, düzgün yüklü bir kürenin dışındaki bölgede elektrik alanının, kürenin merkezinde bulunan bir nokta yükün elektrik alanına *eşdeğer* olduğu sonucu çıkarılır.

(b) Kürenin içindeki bir noktada, elektrik alan büyüklüğünü bulunuz.

Çözüm Bu durumda, yalıtılmış küre ile aynı merkezli $r < a$ yarıçaplı küresel bir gauss yüzeyi seçiliyor (Şek. 24.11b). Bu küçük kürenin hacmi V' olsun. Bu duruma, Gauss yasasını uygulamak için, V' hacimli gauss yüzeyi *içindeki* $q_{iç}$ yükünün, küredeki toplam Q yükünden *daha az* olduğunu bilmek gerekir. $q_{iç}$ yükünü hesaplamak için, $q_{iç} = \rho V'$ bağıntısı kullanılır:

$$q_{iç} = \rho V' = \rho(\tfrac{4}{3}\pi r^3)$$

Elektrik alan simetri uyarınca küresel gauss yüzeyinin her yerinde aynı büyüklükte olup yüzeye her noktada diktir. (1) ve (2) koşulları sağlanır. Bu nedenle, $r < a$ bölgesinde Gauss yasası uyarınca

$$\oint E\, dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

olur E çözüldüğünde:

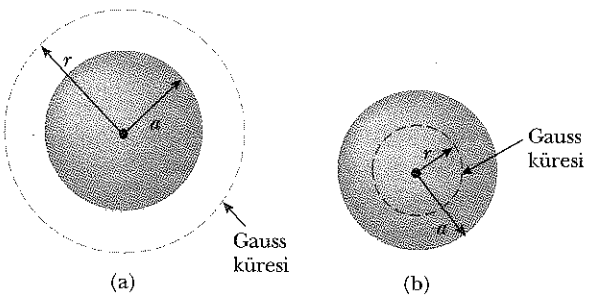
$$E = \frac{q_{iç}}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\rho}{3\epsilon_0} r$$

Tanım gereği $\rho = Q / \frac{4}{3}\pi a^3$ ve $k_e = 1/(4\pi\epsilon_0)$ olduğundan:

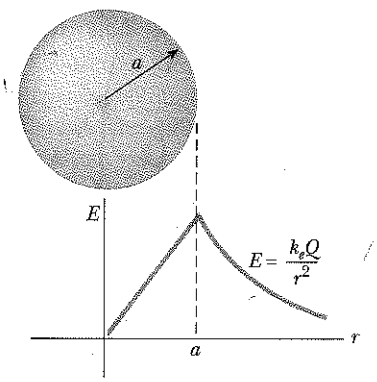
$$E = \frac{Qr}{4\pi\epsilon_0 a^3} = \frac{k_e Q}{a^3} r \quad (r < a \text{ için})$$

E için bulunan bu sonuç, (a) da bulunandan farklıdır. $r \to 0$ için $E \to 0$ olduğu görülür. Böylece bu sonuç, küre içinde E nin $1/r^2$ şeklinde değişmesi durumunda, $r = 0$ da ortaya çıkacak olan sorunu ortadan kaldırır. Yani, $r < a$ için $E \propto 1/r^2$ olursa, $r = 0$ da alan sonsuz olur. Bu da, fiziksel olarak olanaksızdır. $r = a$ da (a) ve (b) deki bağıntılar aynı olurlar.

E nin r ye göre grafiği Şekil 24.12 de gösterilmiştir.



Şekil 24.11 a yarıçaplı, Q toplam yüklü, düzgün yük dağılımlı bir yalıtkan küre. (a) Kürenin dışındaki bir noktada elektrik alanı k_eQ/r^2 dır. (b) Yalıtkan kürenin içindeki elektrik alanı, yalnızca, kesikli daire ile gösterilen gauss küresi *içindeki* yükten ileri gelir ve k_eQr/a^3 dır.



Şekil 24.12 Düzgün yüklü yalıtkan bir küre için E nin r ye göre grafiği. Küre içinde ($r < a$) elektrik alanı, r ile değişir. Küre dışında ($r > a$) ise $r = 0$ daki bir Q nokta yükünkiyle aynıdır.

ÖRNEK 24.6 İnce Küresel Bir Tabakanın Elektrik Alanı

a yarıçaplı, ince küresel bir tabakanın yüzeyinde düzgün olarak dağılmış toplam Q yükü bulunmaktadır (Şek. 24.13a). Tabakanın içinde ve dışındaki noktalarda elektrik alanını bulunuz.

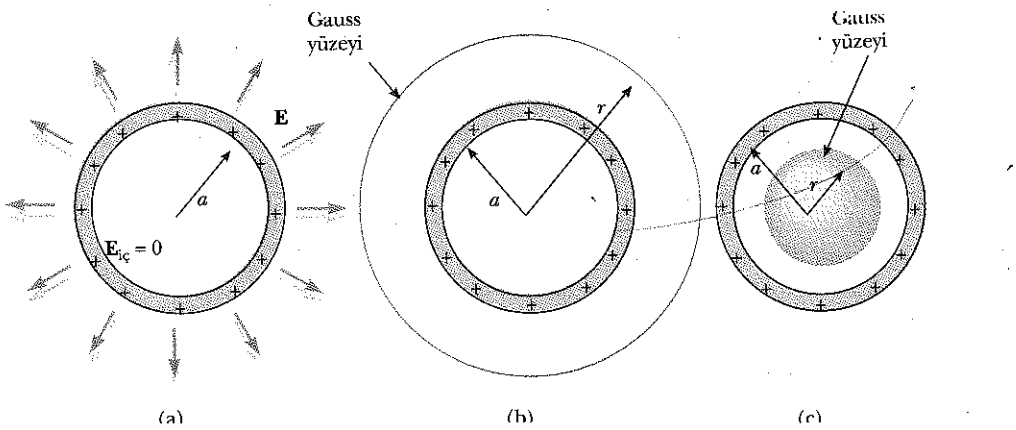
Çözüm Tabakanın dışındaki elektrik alanının hesabı, Örnek 24.5a daki dolu küre için yapılanla aynıdır. Tabakayla aynı merkezli yarıçapı $r > a$ olan, küresel bir gauss yüzeyi alındığında (Şekil 24.13b), bu yüzey içinde kalan yük Q dur. Bu nedenle, tabaka dışındaki bir noktada elektrik alanı, merkezdeki bir Q nokta yükünün oluşturduğu alana eşdeğerdir:

$$E = k_e \frac{Q}{r^2} \quad (r > a \text{ için})$$

(b) Küresel tabakanın iç kısmında elektrik alanı sıfırdır. Bu, tabaka ile aynı merkezli, $r < a$ yarıçaplı küresel bir yüzeye uygulanan Gauss yasasından da çıkar. (Şekil 24.13c) Bu

yüzeyin içinde kalan net yük sıfır olduğundan ve yük dağılımının küresel simetrisi nedeniyle, (1) ve (2) koşulları sağlanır, Gauss yasasının uygulandığında $r < a$ bölgesinde $E = 0$ bulunur.

Aynı sonuçlar, 23.6 Eşitliği kullanılıp yük dağılımı üzerinden integral alarak da bulunabilir. Bu hesaplama oldukça karmaşıktır. Gauss yasası ile bu sonuçlara çok daha kolay bir yolla ulaşılır.



Şekil 24.13 Düzgün yüklü küresel bir tabakanın içindeki elektrik alanı sıfırdır. Dışındaki alan ise, tabakanın merkezinde bulunan bir Q nokta yükünküyle aynıdır. (b) $r > a$ yarıçaplı gauss yüzeyi (c) $r < a$ yarıçaplı gauss yüzeyi.

ÖRNEK 24.7 Silindirik Simetrili Bir Yük Dağılımı

11.7 λ sabit doğrusal yük yoğunluklu, sonsuz uzunlukta, doğrusal artı bir yükten r uzaklığında elektrik alanını bulunuz (Şek. 24.14a).

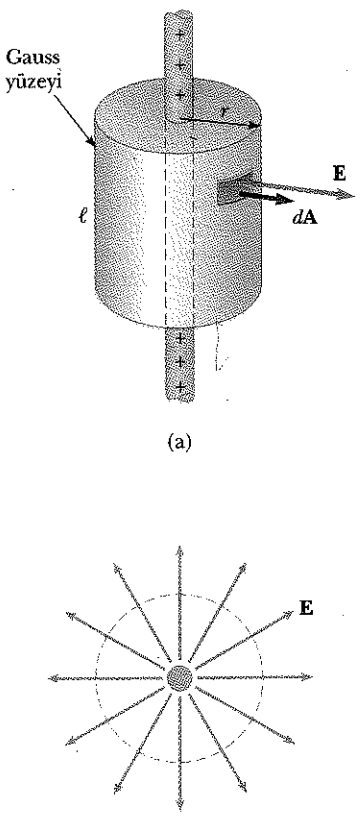
Çözüm Yük dağılımının simetrisinden dolayı Şekil 24.14a ve b deki gibi, **E**, doğrusal yüke dik ve dışarı doğru yöneliktir. Yük dağılımının simetrisini yansıtması için doğrusal yükle aynı eksenli, ℓ uzunluğunda ve r yarıçapında silindirik bir gauss yüzeyi seçilir. Silindirin eğri yan yüzeyinde her noktada **E** nin büyüklüğü sabit olup yüzeye diktir, oysa, gauss silindirinin taban yüzeyleri **E** ye paralel olduğundan bu yüzeylerden geçen akı sıfırdır— (3) koşulunun ilk uygulanışı—.

Gauss yasasındaki yüzey integrali tüm yüzey üzerinden alınır. Silindir tabanlarında $\mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$ sıfır olduğundan yalnızca silindirin eğri yan yüzeyi ile ilgilenilir.

Bu gauss yüzeyinin içinde kalan yük $\lambda\ell$ dir. Gauss yasası (1) ve (2) koşulları uygulandığında, silindirin yanal yüzeyi için:

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = E \oint dA = EA = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda\ell}{\epsilon_0}$$

buluruz.



Şekil 24.14 (a) Doğrusal yükle aynı eksenli silindirik bir gauss yüzeyi ile sarılmış sonsuz uzunluklu bir doğrusal yük. (b) Uçtan bakıldığında silindirin yan yüzeyinde alanın, büyüklükçe sabit olup yüzeye dik olduğu görülür.

Silindirin yan yüzeyinin yüzölçümü $A = 2\pi rl$ olduğundan;

$$E(2\pi r\ell) = \frac{\lambda \ell}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = 2k_e\frac{\lambda}{r} \qquad (24.7)$$

Buna göre, silindirik simetrili yük dağılımının elektrik alanının $1/r$ şeklinde değiştiğini, oysa küresel simetrili bir yük dağılımının dışındaki elektrik alanının $1/r^2$ şeklinde değiştiği görülmüş olur. Eş. 24.7, bir nokta yükün alanının integrali alınarak Bölüm 23 de çıkarılmıştır (bakınız Problem 35 [b]).

Bu örneklerde doğrusal yük sonlu uzunlukta olsaydı **E** için bulunan sonuç Eş. 24.7 olmazdı. Sonlu bir doğrusal yükün Gauss yasasının kullanım için yeterli simetrisi bulunmaz. Bunun nedeni gauss silindiri yüzeyinde elektrik alan büyüklüğünün sabit olmayışıdır; yük doğrusunun uçlarına yakın alan, uzaktakinden farklıdır. Bu durumda (1) koşulu sağlanır. Ayrıca **E** silindir yüzeyine her noktada dik değildir, uçlara yakın alan vektörlerinin doğruya paralel bileşenleri vardır. Buna göre (2) koşulu sağlanmaz. Bu durumda olduğu gibi yük dağılımında yeterince simetri bulunmazsa **E** yi hesaplamak için Eş. 23.6 yı kullanmak gerekir.

Doğrusal yükün uçlarından uzakta fakat doğruya yakın noktalardaki alan için 24.7 Eşitliği yaklaşık iyi bir değer verir.

Sonlu yarıçaplı düzgün yüklü sonsuz uzunlukta bir çubuğun içindeki elektrik alanının r ile orantılı olduğunun gösterilmesi (Problem 29 a bakınız) size bırakılmıştır.

ÖRNEK 24.8 Yalıtkan Düzlem bir Yük Tabakası

σ düzgün yüzey yük yoğunluklu, yalıtkan, sonsuz artı yüklü bir düzlemin elektrik alanını bulunuz.

Çözüm Simetri uyarınca **E** düzleme dik olmalı ve düzlemden eşit uzaklıktaki tüm noktalarda aynı büyüklükte olmalıdır. **E** nin doğrultusu artı yüklerden uzaklaşan yönde olduğundan düzlemin bir yanındaki **E** doğrultusu Şekil 24.15 deki gibi öteki yanındaki ile zıt yönde olmalıdır. Simetriyi yansıtan gauss yüzeyi, ekseni düzleme dik **A** yüzölçümlü, tabanları düzlemden eşit uzaklıkta olan küçük bir silindirdir. **E**, eğrisel yüzeye paralel ve $d\mathbf{A}$ heryerde yüzeye dik olduğundan (3) koşulu sağlanır ve bu yüzden yüzey integraline bir katkı gelmez. Silindirin tabanları için (1) ve (2) koşulları sağlanır. Silindirin tabanlarından geçen akı EA dır; buna göre tüm gauss yüzeyinden geçen toplam akı yalnızca tabanlardan geçen $\Phi_E = 2EA$ akısıdır.

Gauss yüzeyinin iç kısmındaki toplam yük $q_{iç} = \sigma A$ olduğundan, Gauss yasası kullanıldığında

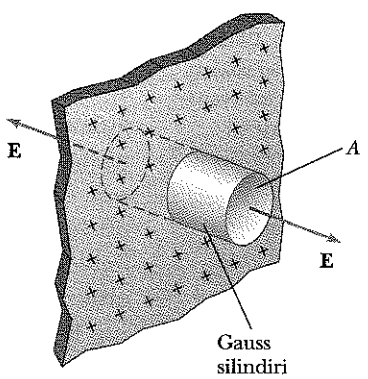
$$\Phi_E = 2EA = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \qquad (24.8)$$

elde edilir.

Eş. 24.8 de, taban yüzeylerinin düzlemden uzaklığı bulunmadığına göre, $E = \sigma/2\epsilon_0$ ın düzlemden herhangi bir uzaklık için geçerli olduğu sonucu çıkarılır. Yani alan her yerde düzgündür.

Bu örnekle ilintili önemli bir düzenleniş σ yük yoğunluklu paralel iki düzlem yük tarafından oluşturulur (Problem 58 e bakınız). Bu durumda iki düzlemin elektrik alanları düzlemler arasında eklenerek σ/ϵ_0 büyüklüğünde bir alan oluştururken başka her yerde birbirini yok ederek sıfır alan verirler.



Şekil 24.15 Sonsuz bir yük düzlemini delen silindirik bir gauss yüzeyi. Gauss yüzeyinin her bir tabanından geçen akı EA dır. Silindirin yan yüzeyinden geçen akı sıfırdır.

KAVRAMSAL ÖRNEK 24.9

Gauss yasasının, bir elektrik dipolü, yüklü bir disk, ya da köşelerinde nokta yükler bulunan bir üçgen yakınındaki elektrik alanı hesaplamada neden kullanılamayacağını açıklayınız.

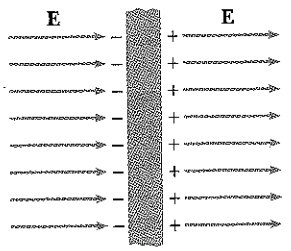
Çözüm Tüm bu yük dağılımlarında Gauss yasasının kullanılabileceği ölçüde simetri bulunmaz. Bu kesimin başında sınırlanan (1) den (4) e kadar koşullardan biri ya da daha çoğunu sağlayacak bu yük dağılımlarından herhangi birini saran kapalı bir yüzey bulunamaz.

24.4 ELEKTROSTATİK DENGEDEKİ İLETKENLER

Kesim 23.2'de görüldüğü gibi iyi bir elektriksel iletkende, atomlara bağlı olmayan ve madde içinde özgürce dolaşabilen yükler (elektronlar) bulunur. İletken içinde net bir yük hareketi olmadığında, iletken **elektrostatik dengedir.** Görüleceği üzere, elektrostatik dengedeki bir iletkenin aşağıdaki özellikleri vardır:

Elektrostatik dengedeki bir iletkenin özellikleri

1. İletken içinde her yerde elektrik alanı sıfırdır.
2. Yalıtılmış bir iletkende bir yük varsa bu yük, iletkenin yüzeyinde bulunur.
3. Yüklü bir iletkenin hemen dışındaki elektrik alanı iletken yüzeyine dik olup σ/ϵ_0 büyüklüğündedir. Burada σ, anılan noktadaki yüzeysel yük yoğunluğudur.
4. Düzgün biçimli olmayan bir iletkende, yüzeyin eğrilik yarıçapının en küçük olduğu yerlerde yüzeysel yük yoğunluğu en büyüktür.

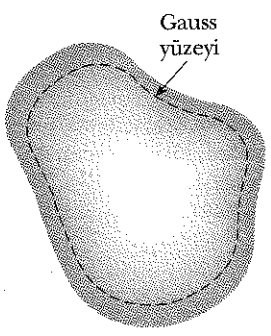


Şekil 24.16 Bir dış E elektrik alanında iletken bir dilim. Dilimin iki yüzeyinde etkiyle oluşan yükler, dilim içinde bileşke alanı sıfır yapacak biçimde, dış alana karşı bir elektrik alanı meydana getirirler.

Bu ilk üç özellik aşağıdaki tartışmada doğrulanmaktadır. Üzerinde durulmadan dördüncü özellik burada verilmektedir. Böylece elektrostatik dengedeki iletkenlerin özelliklerinin tam listesi verilmiş olur.

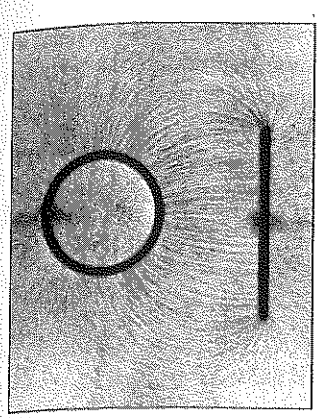
Birinci özellik, bir **E** dış elektrik alanına konulan bir iletken dilimi ele alınarak anlaşılabilir (Şek. 24.16). Elektrostatik denge varsayımı ile, iletken içindeki elektrik alanın sıfır olması *gerektiği* tartışılabilir. Alan sıfır değilse, iletkendeki serbest yükler elektrik alanın etkisi altında hızlanırlar. Elektronların bu hareketi iletkenin elektrostatik dengede olmadığı anlamına gelir. Buna göre elektrostatik denge yalnızca iletkendeki alanın sıfır olması ile mümkündür.

Bu sıfır alanın nasıl elde edilebileceğini araştıralım. Dış elektrik alan uygulanmadan önce serbest elektronlar iletken içerisinde düzgün olarak dağılmışlardır. Dış elektrik alan uygulandığında serbest elektronlar Şekil 24.16 da sola doğru hızlanarak, sol yüzeyde eksi bir yük düzleminin, sağda ise artı yük düzleminin oluşmasına yol açarlar. Bu yükler dış elektrik alanına karşı koyan iletken içinde ek bir elektrik alanını meydana getirirler. Elektronlar hareket ettikçe iletken içinde net elektrik alanı sıfır olacak biçimde, iç elektrik alanının büyüklüğü dış elektrik alanınkine eşit oluncaya dek yüzey yük yoğunluğu artar. İyi iletkenlerde iletkenin dengeye ulaşması için geçen süre 10^{-16} s mertebesindedir. Bu süre birçok amaç için ani olarak düşünülebilir.



Şekil 24.17 Gelişigüzel biçimli bir iletken. Kesikli çizgi, iletken içindeki bir gauss yüzeyini gösterir.

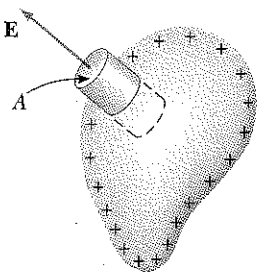
Elektrostatik dengedeki bir iletkenin ikinci özelliğinin doğrulanması Gauss yasasıyla yapılabilir. Şekil 24.17 de gelişi güzel biçimli yalıtılmış bir iletken görülmektedir. İletken içerisinde yüzeye istenildiği kadar yakın bir gauss yüzeyi çizilebilir. Biraz önce gösterildiği gibi, elektrostatik dengedeki bir iletken içinde her yerde elektrik alan sıfırdır. Bu nedenle Kesim 24.3 teki (4) koşulu uyarınca gauss yüzeyinin her noktasında da elektrik alan sıfır olmalıdır. Buna göre bu gauss yüzeyinden geçen net akı sıfırdır. Bu sonuç ile Gauss yasasından, gauss yüzeyi içindeki net yükün sıfır olduğu sonucu çıkarılır. Gauss yüzeyi içinde (iletken yüzeyine istenildiğince yakın olabilir) net yük sıfır olacağın-



Zıt yüklü iletken bir silindir yakınındaki yüklü iletken bir ltabakanın elektrik alan deseni. Yağ içinde askıda kalmış küçük iplik parçaları elektrik alanı çizgileri ile sıraya dizilmişlerdir. (1) Elektrik alan çizgileri her iki iletkene diktir. (2) silindir içinde elektrik alan çizgisi yoktur ($E = 0$). (*Princeton Üniversitesinden Harold. M. Waage izniyle*).

dan, **iletkendeki herhangi bir net yük iletken yüzeyinde bulunmak zorundadır.** Bu fazla yükün iletken yüzeyinde nasıl dağıldığını Gauss yasası belirtmez.

Üçüncü özelliği doğrulamak için gauss yasası kullanılabilir. Bunun için tabanları iletken yüzeyine paralel küçük silindir biçiminde bir gauss yüzeyi uygun olur (Şek. 24.18). Silindirin bir kısmı iletkenin hemen dışında, öteki kısmı ise içindedir. Elektrostatik denge koşulu nedeniyle alan iletken yüzeyine diktir. (E nin iletken yüzeyine paralel bir bileşeni bulunsaydı serbest yükler yüzey boyunca hareket ederdi; böyle bir durumda iletken dengede olmazdı). Buna göre silindirik gauss yüzeyinin eğri yan yüzeyi için Kesim 24.3 deki (3) koşulu sağlanır. İletkenin içinde $\mathbf{E} = 0$ olduğundan silindirin iletken içindeki tabanından geçen akı yoktur, (4) koşulu sağlanır. Buna göre gauss yüzeyinden geçen akı, alanın gauss yüzeyine dik olduğu iletken dışındaki tabandan geçen akıdır. Bu yüzey için (1) ve (2) koşulları kullanıldığında, silindir taban yüzölçümü A, iletkenin hemen dışındaki elektrik alanı E olmak üzere akı EA dır. Gauss yasası bu yüzeye uygulandığında $q_{iç} = \sigma A$ olmak üzere;



Şekil 24.18 Yüklü bir iletkenin hemen dışındaki elektrik alanını hesaplamak için küçük silindir biçimli bir gauss yüzeyi kullanılır. Gauss yüzeyinden geçen akı $E_n A$ dır. İletken içinde $\mathbf{E}$ elektrik alanı sıfırdır.

$$\Phi_E = \oint E\, dA = EA = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

Buradan E çözüldüğünde;

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \qquad (24.9)$$

Yüklü bir iletkenin hemen dışında eletrik alanı

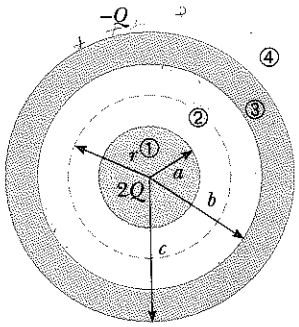
elde edilir.

ÖRNEK 24.10 Küresel Tabaka İçinde Bir Küre

a yarıçaplı iletken dolu bir kürede net artı $2Q$ yükü bulunuyor. İç yarıçapı b, dış yarıçapı c olan ileken küresel bir tabaka, dolu küreyle aynı merkezlidir ve $-Q$ *net* yükünü taşımaktadır. Gauss yasasını kullanarak, tüm sistem elektrostatik dengede iken ①, ②, ③, ve ④ bölgelerindeki elektrik alanını ve küresel tabakadaki yük dağılımını bulunuz.

Çözüm Küre ve tabakadaki yük dağılımlarının aynı merkezli küresel simetrileri vardır. Merkezden çeşitli r uzaklıklarında elektrik alanını bulmak için söz konusu dört bölgenin her biri için küresel gauss yüzeyleri çizilir. ② bölgesi için böyle bir yüzey Şekil 24.19 da gösterilmiştir.

a yarıçaplı dolu küre içindeki E alanını bulmak için



Şekil 24.19 $-Q$ yüklü iletken küresel bir tabakayla sarılmış $2Q$ yüklü, a yarıçaplı dolu iletken bir küre.

(bölge ①), $r < a$ yarıçaplı bir gauss yüzeyi ele alınır. Elektrostatik dengede iletken içinde hiç yük bulunmayacağından $q_{iç} = 0$ dır. Buna göre Gauss yasasından $r < a$ için $E_1 = 0$ dır.

Dolu küre yüzeyi ile tabakanın iç yüzeyi arasıdaki ② bölgesinde, r yarıçaplı ($a < r < b$) küresel bir gauss yüzeyi çizilir. Bu yüzey içinde kalan yük + $2Q$ dur (dolu küredeki yük). Küresel simetriden dolayı, elektrik alan çizgileri gauss yüzeyinde yarıçap doğrultusunda dışa doğru ve büyüklükçe sabit olmalıdır. Örnek 24.4 den yararlanıp Gauss yasası kullanılarak;

$$E_2 A = E_2(4\pi r^2) = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0} = \frac{2Q}{\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{2Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{2k_e Q}{r^2} \qquad (a < r < b \text{ için})$$

$r > c$, ④ bölgesinde, küresel gauss yüzeyi $q_{iç} = 2Q + (-Q) = Q$ toplam yükünü sarar. Buna göre, Gauss yasası bu yüzeye uygulandığında;

$$E_4 = \frac{k_e Q}{r^2} \qquad (r > c \text{ için})$$

bulunur.

Küresel tabaka elektrostatik dengede olan bir iletken olduğundan, ③ bölgesinde elektrik alanı sıfır olmalıdır. r ($b < r < c$) yarıçaplı bir Gauss yüzeyi çizilirse $E_3 = 0$ olduğundan $q_{iç}$ sıfır olmalıdır. Buna göre, dolu küredeki $+2Q$ yükünü karşılaması için küresel tabakanın iç yüzeyindeki yükün $-2Q$ olması gerektiği sonucuna varılır. Küresel tabakadaki net yük $-Q$ olduğundan, tabakanın dış yüzeyindeki yükün $+Q$ olması gerektiği sonucuna ulaşır.

Sınama Sorusu 24.3

Örnek 24.10 daki tabakayı saran bir gauss yüzeyinden geçen elektrik akısı, dolu küre tabaka içinde kalmak üzere aynı merkezli olmasaydı nasıl değişirdi?

Seçmeli Kesim

24.5 GAUSS VE COULOMB YASALARININ DENEYSEL DOĞRULANMASI

Bir iletkene net bir yük konulduğunda, bu yük iletken yüzeyine içerdeki elektrik alanını sıfır yapacak şekilde dağılır. Bu durumda, Gauss yasasına göre, iletken içinde net yük bulunamaz. Bu kesimde bu yükün olmayacağının deneysel doğrulaması incelenecektir.

Gauss yasasının bir yük dağılımının elektrik alan ifadesi olan Eş. 23.6 ya eşdeğer olduğu görüldü. Bu bağıntı Coulomb yasasından çıktığı için Gauss ve Coulamb yasalarının eşdeğer olduğu kuramsal olarak ileri sürülebilir. Bu nedenle, bu iki yasanın geçerliliği, bir iletken içinde net bir yükü ya da eşdeğer olarak elektrik alanını saptama girişimi ile sınırlanabilir. İletken içinde sıfırdan farklı bir alan saptanırsa Gauss ve Coulomb yasaları geçersiz olur. Faraday, Cavendish ve Maxwell'in önceki çalışmaları ile birlikte bir iletken içinde

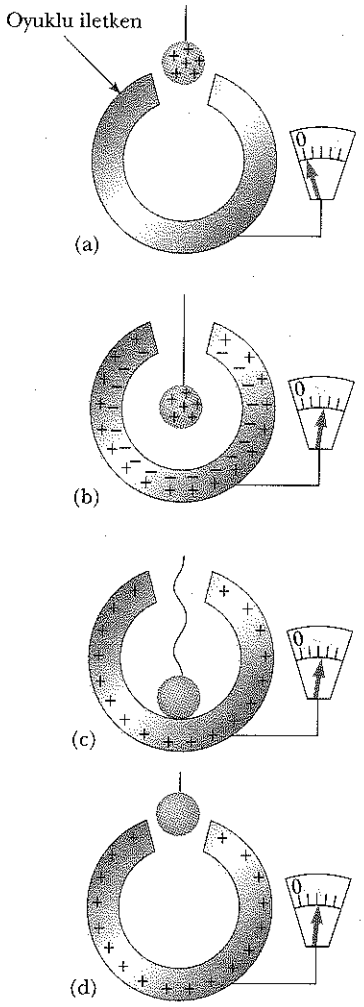
alan saptamak için yapılmıştır. Yapılan tüm çalışmalarda iletken içinde bir elektrik alan bulunamamıştır.

Yapılabilecek deneylerden biri[2]: bir ipek ipliğin ucuna bağlı artı yüklü bir metal top, içi oyuk yüksüz topraktan yalıtılmış bir iletken üzerindeki küçük bir delikten içeriye sarkıtılıyor (Şek. 24.20a). Artı yüklü top içi oyuk iletkenin iç çeperinde etkiyle eksi bir yük oluşturarak dış çeperde geriye eşit miktarda artı yük bırakır (Şek. 24.20b). Dış çeperde artı yük bulunduğu elektrometre (yük ölçümünde kullanılan bir aygıt ve iletkenin yalnız dış yüzeyindeki yükü ölçer) göstergesinin sapmasından anlaşılır. Metal top, aşağı indirilerek içi oyuk iletkenin iç çeperine değdirilir (Şekil 24.20c). Top ve iç çeper arasında yük aktarımı sonucunda her ikisi de yüksüz olur. Bu sırada gösterge, dış yüzeydeki yükün etkilenmemesi yüzünden aynı kalır. Metal top iletkenden dışarı çıkarıldığında, elektrometre göstergesi aynı yerde kalır ve topun yüksüz olduğu görülür (Şekil 24.20d). Bu, top ile, içi oyuk iletkenin iç yüzü arasında yük aktarımı olduğunu doğrular. Sonuçta, başlangıçta topta bulunan yük bu durumda içi oyuk iletkende ortaya çıkar. İçi oyuk iletkenin içinde ne olduğuna bakılmaksızın, iletkenin dış yüzeyindeki yükü ölçen elektrometre göstergesinin değişmeden kalması, sistemdeki net yükün her zaman iletkenin dış yüzeyinde bulunacağını gösterir.

Metal topa başka bir artı yük verilip iletkenin dışında yakın bir yere konulursa top, iletken tarafından itilir. Bu, iletken dışında $\mathbf{E} \neq 0$ olduğunu ortaya koyarak iletkenin net bir yük taşıdığını gösterir. Bu yüklü metal top bu kez içi oyuk yüklü iletkenin içine indirilirse hiç bir elektrik kuvvet belirtisi göstermez. Bu içi oyuk iletken içinde $\mathbf{E} = 0$ olduğunu gösterir.

Bu deney Gauss yasasının öngörülerini ve böylece Coulomb yasasını doğrular. Gauss ve Coulomb yasalarının eşdeğer oluşu elektrik kuvvetinin ters kare davranışından ileri gelir. Buna göre bu deney, elektrik kuvvetinin $1/r^2$ davranışında üssün 2 olmasının doğrulanması olarak yorumlanabilir. Williams, Foller ve Hill'in 1971 de yaptığı deneyler Coulomb yasasındaki r üssünün $\delta = (2{,}7 \pm 3{,}1) \times 10^{-16}$ olmak üzere $(2 + \delta)$ olduğunu göstermiştir.

Anlatılan bu deneyde içi oyuk iletken içinde asılı duran yüklü top, sistemin tümüne dışarıdan bir elektrik alanı uygulanması durumunda bile hiç bir sapma göstermez. İletken içinde alan yine sıfırdır. İletkenlerin dış elektrik alanları bu önemli özelliğinden, bilgisayar parçalarının elektromanyetik perdelemesinden, hava alanları kontrol kulelerinin camlarının kule dışında oluşturulan radarın kule içindeki elektronik aygıtları olumsuz etkilenmemesi için ince metal kaplama yapılmasına kadar, bir çok yerde yararlanılır. Bu bölümün başında belirtildiği gibi trenle yolculuk eden kişiler cep telefonu ile konuşurlarken seslerini duyurabilmek için tren gürültüsünü bastıracak biçimde yüksek sesle konuşmak zorunda kalırlar. Öteki yolcuların yakınmalarına yanıt olarak tren şirketleri pencereleri ince metal iletkenle kaplamayı düşünmektedirler. Tren vagonlarının metal kasaları ile birlikte bu kaplama trenden cep telefon görüşmesini engelleyecektir.



Şekil 24.20 Bir iletkene aktarılan herhangi bir yükün, elektrostatik dengedeki iletkenin yüzeyinde bulunacağını gösteren bir deney. İçi oyuk iletken topraktan yalıtılmıştır ve küçük metal top yalıtkan bir iple asılıdır.

Ev Deneyi

Bir radyo ya da telsiz telefonu alüminyum ince bir tabakaya sarınız ve çalışıp çalışmadığına bakınız. Alüminyum ince tabakanın radyo antenine değmesinin bir önemi var mıdır?

[2] Bu deneye çoğu kez, ilk defa Faraday tarafından oyuk bir iletken için bir buz kovası kullanılarak yapıldığından, *Faraday'ın buz kovası deneyi* denir.

Seçmeli Kesim

24.6 GAUSS YASASININ ÇIKARILIŞI

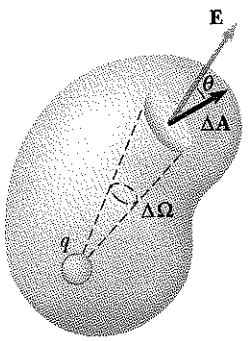
Gauss yasasının çıkarılışında kullanılan yöntemlerin birinde *katı açıdan* yararlanırlır. ΔA yüzey öğesini içeren r yarıçaplı küresel bir yüzey ele alınsın. Küre merkezinde, bu yüzey öğesinin gördüğü $\Delta\Omega$ katı açı

$$\Delta\Omega \equiv \frac{\Delta A}{r^2}$$

olarak tanımlanır. ΔA ve r^2 nin her ikisi de L^2 boyutunda olduğundan, bu bağıntıya göre $\Delta\Omega$ nın boyutsuz olduğu görülüyor. Boyutsuz katı açı birimine **steradyan** denir (Bu bağıntı radyanın Eş. 10.1b tanımı ile karşılaştırılabilir). Kürenin tüm yüzeyinin yüzölçümü $4\pi r^2$ olduğundan, küre merkezinde tüm kürenin görüldüğü toplam katı açı

$$\Omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi \text{ steradyan}$$

dır.

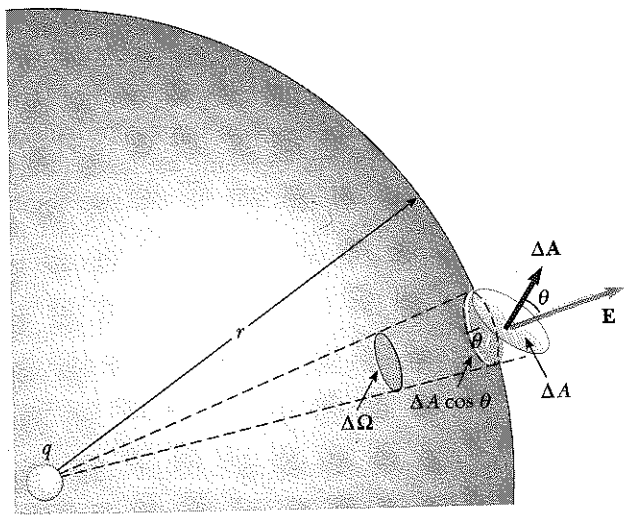


Şekil 24.21 Gelişi güzel biçimli kapalı bir yüzey, bir q nokta yükünü sarmaktadır. Bu yüzeyden geçen net akı yüzeyin biçiminden bağımsızdır.

Şimdi, gelişi güzel biçimli kapalı bir yüzeyce sarılan bir nokta yük ele alınsın (Şek.24.21). Bu yüzeyden geçen toplam elektrik akısı, her bir küçük ΔA yüzey öğesi için $\mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{A}$ hesaplanıp yüzeyin tüm öğeleri üzerinden toplanarak bulunabilir. Her yüzey öğesinden geçen akı

$$\Delta\Phi_E = \mathbf{E} \cdot \Delta\mathbf{A} = E\,\Delta A \cos\theta = k_e q \frac{\Delta A \cos\theta}{r^2}$$

olur. Burada r, yüklerin yüzey öğesine olan uzaklığı, θ ise $\mathbf{E}$ elektrik alanı ile öğenin $\Delta\mathbf{A}$ sı arasındaki açı ve $E = k_e q/r^2$ bir nokta yük alanıdır Şekil 24.22 de yüzey öğesinin yarıçap vektörüne dik izdüşümünün $\Delta A \cos\theta$ olduğu görülüyor. Buna göre $\Delta A \cos\theta/r^2$ niceliği, ΔA yüzey öğesinin q yükünden görüldüğü $\Delta\Omega$ katı açısına eşittir. Aynı zamanda, $\Delta\Omega$ nın, r yarıçaplı bir kürenin yüzey öğesinin görüldüğü katı açıya eşit olduğu görülüyor. Bir noktadaki toplam ka-



Şekil 24.22 ΔA yüzey öğesi, q yükünden $\Delta\Omega = (\Delta A \cos\theta)/r^2$ katı açısıyla görülür.

ti açı 4π steradyan olduğundan kapalı yüzeyden geçen toplam akı

$$\Phi_E = k_e q \oint \frac{dA\cos\theta}{r^2} = k_e q \oint d\Omega = 4\pi k_e q = \frac{q}{\epsilon_0}$$

dir. Böylece Gauss yasası Eş. 24.6 çıkarılmış oldu. Bu sonuç, kapalı yüzeyin biçimi ve yükün bu yüzey içindeki konumundan bağımsızdır.

ÖZET

Elektrik akısı bir yüzeyden geçen elektrik alan çizgilerinin sayısı ile orantılıdır. Elektrik alanı düzgün ve yüzey normaliyle bir θ açısı yapılıyorsa, bu yüzden geçen elektrik akısı;

$$\Phi_E = EA\cos\theta \qquad \textbf{(24.2)}$$

olur. Genel olarak bir yüzeyden geçen elektrik akısı

$$\Phi_E = \int_{\text{yüzey}} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} \qquad \textbf{(24.3)}$$

dir. Eş. 24.2 ve Eş. 24.3 çeşitli durumlarda özellikle simetrinin hesabı basitleştirdiği durumlarda uygulanabilir.

Gauss yasasına göre, herhangi kapalı bir gauss yüzeyinden geçen Φ_E net elektrik akısı, yüzey içindeki *net* yükün ϵ_0'a bölümüne eşittir:

$$\Phi_E = \oint \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} = \frac{q_{\text{iç}}}{\epsilon_0} \qquad \textbf{(24.6)}$$

Çeşitli simetrik yük dağılımlarının elektrik alanı, Gauss yasası kullanılarak hesaplanabilir. Tablo 24.1 de bazı örneksel sonuçlar listelenmiştir.

TABLO 24.1 Gauss Yasası Kullanılarak Hesaplanan Bazı Örneksel Elektrik Alanları

Yük Dağılımı	Elektrik Alan	Konum
Q toplam yüklü, düzgün yük dağılımlı, R yarıçaplı yalıtkan küre	$k_e\frac{Q}{r^2}$	$r > R$
	$k_e\frac{Q}{R^3}r$	$r < R$
Q toplam yüklü, R yarıçaplı küresel ince tabaka	$k_e\frac{Q}{r^2}$	$r > R$
	0	$r < R$
λ doğrusal yük yoğunluklu, sonsuz uzun doğrusal yük	$2k_e\frac{\lambda}{r}$	Doğru dışında
σ yüzey yük yoğunluklu yalıtkan sonsuz düzlem	$\frac{\sigma}{2\epsilon}$	Düzlemin dışında her yer
σ yüzey yük yoğunluklu iletken	$\frac{\sigma}{\epsilon_0}$	İletkenin hemen dışında
	0	İletkenin içinde

Elektrostatik dengedeki bir iletken aşağıdaki özelliklere sahiptir:

1. İletken içinde her yerde elektrik alanı sıfırdır.
2. İletken üzerindeki herhangi fazla yük, tamamen iletkenin yüzeyinde bulunmalıdır.
3. İletkenin hemen dışındaki elektrik alan, yüzeye dik olup σ/ϵ_0 büyüklüğündedir. Burada σ anılan noktadaki yüzey yük yoğunluğudur.
4. Biçimi düzgün olmayan bir iletken üzerindeki yük, yüzeyin eğrilik yarıçapı en küçük olan sivri uçlarında toplanma eğilimindedir.

Problem Çözümünde İpuçları

Gauss yasasının, yüksek simetrili yük dağılımlarının işe karıştığı problemlerin çözümünde çok güçlü olduğu görüldü. Bu bölümde düzlemsel, silindirik, küresel olmak üzere, üç çeşit simetri ile karşılaşıldı. Örnek 24.4 den 24.10 a kadar olanları yeniden gözden geçirip Gauss yasası kullanırken aşağıdaki yolun izlenmesi önemlidir:

- Önce yük dağılımının simetrisine uygun olan ve Kesim 24.3 de verilen koşullardan bir ya da daha çoğunu sağlayan bir gauss yüzeyi seçiniz. Nokta yükler veya küresel simetrili yük dağılımları için gauss yüzeyi Örnek 24.4, 24.5, 24.6, ve 24.10 daki gibi merkezi yük üzerinde olan bir küre olmalıdır. Düzgün doğrusal yükler veya düzgün yüklü silindirler için gauss yüzeyi, Örnek 24.7 deki gibi, silindir veya doğrusal yükle aynı eksenli bir silindir yüzeyi olmalıdır. Düzlemsel yükler için uygun seçim, Örnek 24.8 deki gibi, yüzeyin iki yanına geçen silindirik bir gauss yüzeyidir. Bu seçimler Gauss yasasında bulunan, yüzeyden geçen toplam elektrik akısını temsil eden yüzey integralini basitleştirmeyi sağlar.
- Gauss yüzeyinin içindeki $q_{iç}$ toplam elektrik yükünü bulmaya eşdeğer Gauss yasasındaki $q_{iç}/\epsilon_0$ terimini hesaplayınız. Yük dağılımı düzgünse (yani, λ, σ veya ρ sabitse), basitçe, sözkonusu yük yoğunluğunu gauss yüzeyi içinde kalan uzunluk, yüzey alanı veya hacimle çarpınız. Fakat, yük dağılımı *düzgün değilse,* yük yoğunluğunun gauss yüzeyi içinde kalan bölge üzerinden integralini alınız. Örneğin, yük bir doğru boyunca dağılmışsa $dq = \lambda dx$ bağıntısının integralini alınız. Burada, dq, sonsuz küçük bir dx uzunluk öğesindeki yüktür. Düzlemsel bir yükte, $dq = \sigma dA$ nın integralini alınız. Burada, dA sonsuz küçük bir yüzey alan öğesidir. Hacimsel bir yükte $dq = \rho dV$ integralini alınız. Burada, dV sonsuz küçük bir hacim öğesidir.
- Gauss yasasının terimleri bir kez hesapladıktan sonra, yük dağılımı problemde verilmişse, gauss yüzeyindeki elektrik alanını bulunuz. Bunun tersine, elektrik alanı biliniyorsa, o alanı oluşturan yük dağılımını hesaplayınız.

SORULAR

1. Güneş gökyüzünde kışın yaza göre daha alçaktadır. Bu yeryüzünde belli bir yüzey alanından geçen güneş ışığı akısını nasıl değiştirir? Bu havayı nasıl etkiler?
2. Uzayın bir bölgesinde elektrik alanı sıfırsa, bu bölgede yük bulunmadığı sonucunu çıkarabilir misiniz? Açıklayınız.
3. Bir gauss yüzeyinden çıkan elektrik alan çizgileri, yüzeye girenlerden fazlaysa, bu yüzeyin çevrelediği net yük hakkında ne sonuç çıkarabilirsiniz?
4. Yüklerin olmadığı bir uzay bölgesinde düzgün bir elektrik alanı bulunmaktadır. Uzayın bu bölgesine konulan bir gauss yüzeyinden geçen net elektrik akısı hakkında ne söyleyebilirsiniz?

5. Kapalı bir yüzey içindeki toplam yük biliniyor, fakat yük dağılımı belirtilmemişse, elektrik alanını bulmak için Gauss yasasını kullanabilir misiniz? Açıklayınız.
6. Belli bir yükü saran kapalı bir yüzeyden geçen elektrik akısının, yüzeyin biçim ve büyüklüğünden neden bağımsız olduğunu açıklayınız.
7. Düzgün yük yoğunluklu, sonsuz büyük yalıtkan bir düzlemin elektrik alanını göz önüne alınız. Elektrik alanının düzlemden olan uzaklığa neden bağlı olmadığını, elektrik alan çizgileri arasındaki uzaklık cinsinden açıklayınız.
8. Gauss yasasını kullanarak, elektrik alan çizgilerini, elektrik yüklerinden çıkıp başka elektrik yüklerinde son bulmalarının nedenini açıklayınız. (*İpucu:* Gauss yüzeyinin büyüklüğünü değiştiriniz.)
9. Aynı yükler arasındaki kuvvetin itici özelliğini ve iletkendeki yük hareket özgürlüğünü kullanarak, yalıtılmış bir iletkendeki yük fazlalığının neden iletken yüzeyinde bulunmak zorunda olduğunu açıklayınız.
10. Bir insan topraktan yalıtılmış içi boş büyük bir metal küre içine yerleşiyor. Küreye fazlaca bir yük verilirse, kürenin iç tarafına dokunmakla insana bir zarar gelir mi? Başlangıçta insanda küredekiyle zıt işaretli bir yük bulunması durumunda ne olacağını açıklayınız.
11. Şekil 24.20 de gösterilen gözlemler içi boş iletkenin topraklanmasıyla nasıl değişirdi? Küçük yüklü top, iletken değil de yalıtkan olsaydı bu gözlemler nasıl değişirdi.
12. Şekil 24.20 deki topun yükünün içi boş iletkene aktarıldığını gösteren başka hangi deney yapılabilir?
13. Şekil 24.20 deki yüklü top, iletkenin iç çeperine dokunsaydı elektrometre göstergesinde ne olurdu?
14. Yıldırımlı fırtınada güvenli yerlerden birinin bir araba içi olduğunu duymuşsunuzdur. Bu neden böyledir?
15. Aynı R yarıçaplı iki dolu küre aynı toplam Q yüklerini taşımaktadır. Kürelerden biri iyi bir iletken, ötekisi ise bir yalıtkandır. Yalıtkan küredeki yük, hacimine düzgün olarak dağılmışsa, bu iki kürenin dışındaki alanlar farklı mıdır? Kürelerin içlerindeki alanlar özdeş midir?

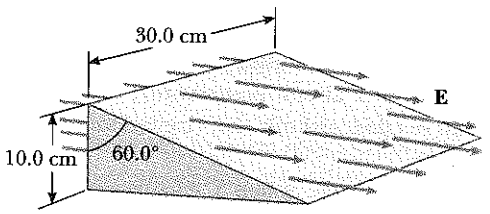
PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir = Problemi çizmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir = Sayısal/sembolik problem çifti

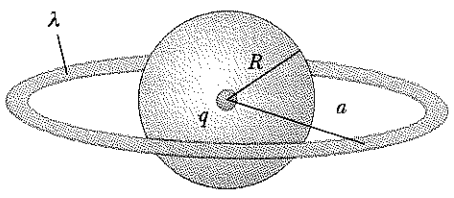
Kesim 24.1 Elektrik Akısı

1. 3,50 kN/C büyüklüğünde bir elektrik alanı x ekseni boyunca uygulanıyor. Uzunluğu 0,700 m, eni 0,350 m olan dikdörtgen bir düzlemden geçen elektrik akısını; (a) düzlem yz düzlemine paralel olduğunda, (b) düzlem xy düzlemine paralel olduğunda, ve (c) y ekseni düzlem içinde kalacak şekilde düzlem normali x ekseniyle 40° lik bir açı yaptığında hesaplayınız.
2. Şimşekli bir günde yeryüzü yukarısında $2{,}00 \times 10^4$ N/C büyüklüğünde düşey bir elektrik alanı oluşuyor. 6,00 m'ye 3,00 m boyutlarında dikdörtgen biçimli bir araba 10,0° eğimli bir yolda yokuş aşağı inmektedir. Arabanın tabanından geçen elektrik akısını bulunuz.
3. 40,0 cm çaplı bir ilmek, düzgün bir elektrik alanında, en büyük akının elde edildiği konuma kadar döndürülüyor. Bu konumda akı $5{,}20 \times 10^5$ Nm^2/C olarak ölçülüyor. Elektrik alanın büyüklüğü ne kadardır?
4. Küresel bir tabaka düzgün bir elektrik alanına konuluyor. Tabakadan geçen toplam elektrik akısını bulunuz.
5. Şekil P24.5deki gibi, kapalı üçgensel bir kutunun $E = 7{,}80 \times 10^4$ N/C büyüklüğünde yatay elektrik alanında bulunduğu düşünülsün. (a) düşey yüzeyinden (b) eğik yüzeyinden, (c) kutunun tüm yüzeyinden geçen elektrik akısını hesaplayınız.



Şekil P24.5

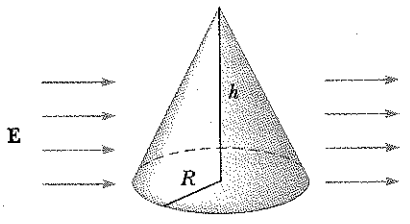
6. $a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$ düzgün elektrik alanı A yüzölçümlü bir yüzeyden geçmektedir. Bu yüzölçümden geçen elektrik akısı, yüzey; (a) yz düzleminde bulunursa, (b) xz düzleminde bulunursa, (c) xy düzleminde bulunursa, ne kadardır?
7. Şekil P24.7'deki gibi bir q nokta yükü a yarıçaplı λ doğrusal yük yoğunluklu düzgün bir halkanın merkezinde bulunuyor. Merkezi bu nokta yükte olan R yarıçaplı ($R < a$) bir küreden geçen toplam elektrik akısını bulunuz.



Şekil P24.7

8. 6 m kenarlı kare tabanlı, 4 m yükseklikli bir piramid 52 N/C luk düşey bir elektrik alanına konuluyor. Piramidin eğik dört yüzünden geçen toplam elektrik akısını hesaplayınız.

9. Tabanı R yarıçaplı ve h yüksekliği olan bir koni yatay bir masada duruyor. Şekil P24.9'dak gibi yatay düzgün bir E alanı koniden geçmektedir. Koninin sol yanından giren elektrik akısını bulunuz.



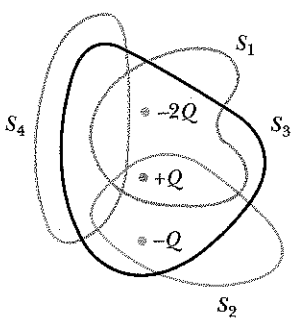
Şekil P24.9

Kesim 24.2 Gauss Kanunu

10. 0,75 m yarıçaplı ince bir küre tabakasının yüzeyinin her yerinde elektrik alanının 890 N/C büyüklüğünde, yarıçap doğrultusunda küre merkezine yönelmiş olduğu bulunuyor. (a) Küre yüzeyi içindeki net yük ne kadardır? (b) Küre tabakası içindeki yük türü ve dağılımı hakkında ne söyleyebilirsiniz?

11. 5 μC, –9 μC, 27 μC ve –84 μC luk yükler bir denizaltının içine yerleştirilmiştir. (a) Denizaltıdan geçen net elektrik akısını hesaplayınız. (b) Denizaltıya giren ve çıkan elektrik alan çizgileri sayılarını karşılaştırınız.

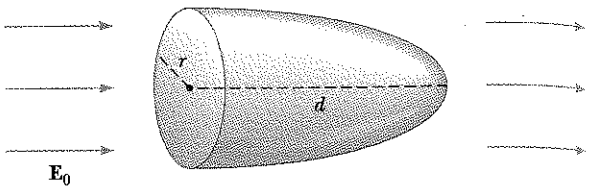
12. Şekil P24.12 de, S_1 den S_4 e kadar dört kapalı yüzey, $-2Q$, Q ve $-Q$ yükleriyle birlikte gösterilmişlerdir. Her bir yüzeyden geçen elektrik akısını bulunuz.



Şekil P24.12

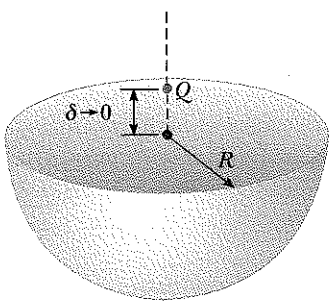
13. (a) Bir q nokta yükü sonsuz bir düzlemden d uzaklığında bulunuyor. Bu nokta yükün düzlemden geçirdiği elektrik akısını bulunuz. (b) Bir q nokta yükü, *çok büyük* bir karenin merkezinden geçen dikme üzerinde kareye *çok yakın* bir yerde bulunuyor. Nokta yükün kareden geçirdiği yaklaşık elektrik akısını bulunuz. (c) (a) ve (b) şıkkının yanıtlarının neden özdeş olduklarını açıklayınız.

14. Şekil P24.14'deki doğrultuda E_0 büyüklüklü sabit elektrik alanının paraboloid yüzeyden geçirdiği toplam elektrik akısını hesaplayınız.



Şekil P24.14

WEB 15. Şekil P24.15 te gösterildiği gibi, bir Q nokta yükü, R yarıçaplı yakım kürenin düzlem kısmının merkezinin hemen yukarısında bulunmaktadır. (a) eğri yüzeyden geçen elektrik akısı ne kadardır? (b) düz yüzden geçen elektrik akısı ne kadardır?

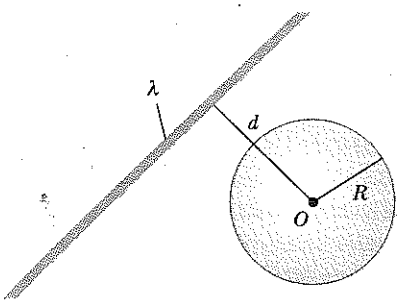


Şekil P24.15

16. 12,0 μC luk bir nokta yük, 22 cm yarıçaplı küresel bir tabakanın merkezine konulmuştur. (a) Tabakanın tüm yüzeyinden, (b) herhangi bir yarım küre yüzeyinden geçen elektrik akısı ne kadardır? (c) Sonuçlar yarıçapa bağlı mıdır? Açıklayınız.

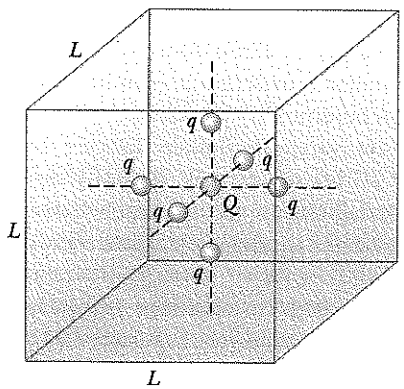
17. 0,0462 μC luk nokta yük, bir piramidin içindedir. Piramidin yüzeyinden geçen toplam elektrik akısını bulunuz.

18. Şekil P24.18'deki gibi, λ düzgün doğrusal yük yoğunluklu sonsuz uzun doğrusal bir yük 0 noktasından d uzaklığındadır. Merkezi 0 da bulunan R yarıçaplı bir küre yüzeyinden bu doğrusal yükün geçirdiği toplam elektrik akısını bulunuz. (*İpucu*: $R < d$ ve $R > d$'nin her ikisi için de göz önüne alınız)



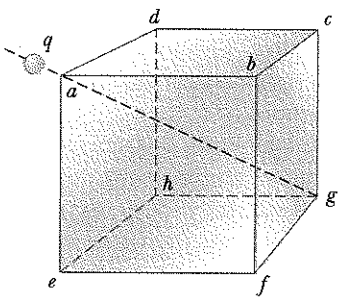
Şekil P24.18

19. $Q = 5\ \mu$C luk bir nokta yük $L = 0{,}1$ m kenarlı bir kübün merkezinde bulunuyor. Şekil P24.19'daki gibi Q'nun çevresinde simetrik olarak başka altı özdeş nokta $q = -1\ \mu$C yükü bulunuyor. Kübün bir yüzünden geçen elektrik akısını bulunuz.
20. Bir Q nokta yükü L kenar uzunluklu bir kübün merkezinde bulunuyor. Şekil P24.19'daki gibi Q'nun çevresinde simetrik olarak başka altı özdeş eksi nokta yük bulunuyor. Kübün bir yüzünden geçen elektrik akısını bulunuz.



Şekil P24.19 Problem 19 ve 20

21. λ düzgün doğrusal yük yoğunluklu sonsuz uzun doğrusal bir yük veriliyor. Boyu L, yarçapı R olan dairesel bir silindirin ekseni doğrusal yükten d uzaklığında ve doğrusal yüke paralelse, bu kapalı dik silindirden geçen toplam elektrik akısını bulunuz. (*İpucu*: $R < d$ ve $R > d$ durumlarının her ikisini de göz önüne alınız).
22. Merkezi, dik koordinat sisteminin başlangıç noktasında bulunan 10 cm yarıçaplı, içi boş, yalıtkan bir kürenin merkezinde 10 μC luk bir yük bulunmaktadır. Bu küreye z ekseni boyunca 1 mm yarıçaplı bir delik açılıyor. Bu delikten geçen elektrik akısını hesaplayınız.
23. 170 μC luk bir yük, 80 cm kenar uzunluklu bir kübün merkezindedir. (a) Kübün her bir yüzünden geçen elektrik akısını bulunuz. (b) Kübün bütün yüzlerinden geçen toplam elektrik akısını bulunuz. (c) Yük, merkezde olmasaydı (a) ve (b) ye vereceğiniz yanıtlar değişir miydi? Açıklayınız.
24. Silindir şeklindeki kapalı bir yüzeyden geçen toplam elektrik akısı $8{,}60 \times 10^4$ N·m^2/C dır. (a) Silindir içindeki net elektrik yükü ne kadardır? (b) Verilen bilgiye dayanarak silindir içindeki yük hakkında ne söyleyebilirsiniz? (c) Net elektrik akısı $-8{,}60 \times 10^4$ N·m^2/C olsaydı, (a) ve (b) ye vereceğiniz yanıtlar nasıl değişirdi?
25. *ag* doğrusu bir kübün köşegenidir (Şekil P24.25). *ag* doğrusunun uzantısında kübün *a* köşesine çok yakın bir *q* nokta yükü bulunuyor. *a* köşesinde birleşen küp yüzlerinin her birinden geçen elektrik akısını bulunuz.



Şekil P24.25

Kesim 24.3 Gauss Yasasının Yüklü Yalıtkanlara Uygulanması

26. 82 proton ve 126 nötronu olan kurşun 208 çekirdeğinin yüzeyinde elektrik alan büyüklüğünü bulunuz. Bir protonun $1{,}20 \times 10^{-15}$ m yarıçaplı bir küre olduğunu ve kurşun çekirdek hacminin protonunkinin 208 katı olduğunu varsayınız.
27. 40 cm yarıçaplı dolu bir kürede, hacmine düzgün olarak dağılmış 26,0 μC luk artı yük bulunmaktadır. Küre merkezinden, (a) 0 cm, (b) 10 cm, (c) 40 cm, (d) 60 cm uzaklıklarda elektrik alan büyüklüğünü hesaplayınız.
28. 7 cm yarıçaplı ve 240 cm uzunluklu bir silindir tabakasının eğri yüzeyinde düzgün dağılmış yük bulunmaktadır. Silindir ekseninden yarıçap doğrultusunda (silindir tabakasının orta noktasından geçen) 19 cm uzaktaki bir noktada elektrik alan büyüklüğü $3{,}6 \times 10^4$ N/C dur. (a) Tabakadaki net yükü ve (b) silindir ekseninden, silindir tabakasının orta noktasından geçen yarıçap doğrultusunda 4 cm uzaktaki bir noktada elektrik alanını bulmak için yaklaşık bağıntılar kullanınız.

WEB 29. R yarıçaplı, ρ düzgün yük yoğunluklu uzun silindirik bir yük dağılımı düşününüz. $r < R$ olmak üzere, eksenden r uzaklıkta elektrik alanını bulunuz.

30. Yalıtkan bir duvarın düzgün yük yoğunluğu 8,60 $\mu C/cm^2$ dir. Duvardan 7,00 cm uzaklıkta elektrik alanı ne kadardır? Duvardan olan uzaklık değiştikçe sonuçta bir değişme olur mu?

31. 32 μC luk bir yükün yüzeyine düzgün olarak dağıldığı 14 cm yarıçaplı ince bir küresel tabaka alınız. Yük dağılım merkezinden (a) $r = 10$ cm ve (b) $r = 20$ cm uzaklıklarda elektrik alanını bulunuz.

32. Atom çekirdeği bölünmesinde 92 protonlu uranyum-238 çekirdeği, $5{,}90 \times 10^{-15}$ m yarıçaplı 46 protonlu daha küçük iki küreye parçalanır. Bu iki küreyi birbirinden iten itici elektrik kuvvetinin büyüklüğü ne kadardır?

33. İki lâstik balonu hava ile şişiriniz. İkisini aynı noktadan eşit uzunluklu iplerle asınız. Balonları yün ya da saçınıza sürterek aralarının açılarak askıda kalmasını sağlayınız. (a) balonlara etkiyen kuvvetin, (b) balonlardaki yükün, (c) balonlardan birisinin ötekisinin merkezinde oluşturduğu alanın, ve (d) her bir balonun toplam elektrik akısının büyüklük mertebesini kestiriniz. Çözümünüzde veri olarak aldığınız nicelikleri ve bunların ölçüm ya da kestirim değerlerini belirtiniz.

34. +5,70 μC luk bir yük, 8,00 cm çaplı yalıtkan bir kürenin hacmine düzgün olarak dağılmıştır. Bu küre ile aynı merkezli, (a) $r = 2{,}00$ cm ve (b) $r = 6{,}00$ cm yarıçaplı küresel yüzeyler içinde kalan yükleri hesaplayınız.

35. 7 m uzunlukta, doğrusal ince bir tel üzerinde 2 μC luk artı bir yük düzgün olarak dağılmıştır. 10 cm yarıçapında 2 cm boyunda yüksüz bir karton silindir, ekseni bu tel olacak şekilde teli sarmaktadır. Akla yatkın yaklaşımlar yaparak, (a) silindir yüzeyindeki elektrik alanını ve (b) silindirden geçen toplam elektrik akısını bulunuz.

36. Uzun, doğrusal ince bir telin boyca yük yoğunluğu $-90{,}0$ $\mu C/m$ dir. Telden (a) 10,0 cm, (b) 20,0 cm, (c) 100 cm dik uzaklıklardaki elektrik alanını bulunuz.

37. Büyük bir düzlem yük tabakasının yüzeyce yük yoğunluğu 9,0 $\mu C/m^2$ dir. Tabakanın orta noktasından itibaren, tabaka yüzeyinin hemen üzerindeki elektrik alan şiddetini bulunuz.

Kesim 24.4 Elektrostatik Dengedeki İletkenler

38. Açık güneşli bir günde yeryüzünde yaklaşık 130 N/C'luk aşağı yönelik düşey bir elektrik alanı vardır. Bu koşullarda topraktaki yüzey yük yoğunluğu ne kadardır?

39. Uzun, doğrusal metal bir çubuğun yarıçapı 5 cm ve boyca yük yoğunluğu 30 nC/m dir. Çubuk ekseninden (a) 3 cm, (b) 10 cm, (c) 100 cm uzaklıklarda elektrik alanını bulunuz.

40. Çok büyük, düz, ince bir alüminyum tabakanın yüzölçümü A, yüzeylerine düzgün olarak dağılmış toplam yükü Q dur. Bu yük, aynı özelliklerdeki bir cam tabakanın *üst* yüzeyine düzgün dağılmış olsun, her bir tabakanın üst yüzeyinin merkezinin hemen üzerindeki elektrik alanlarını karşılaştırınız.

41. Net yükü olmayan 50 cm kenar uzunluklu bakır kare bir tabaka, 80 kN/C luk düzgün bir elektrik alanına dik olarak konuluyor. (a) Tabakanın her bir yüzündeki yük yoğunluğunu ve (b) her bir yüzdeki toplam yükü bulunuz.

42. İçi boş iletken bir küre, aynı merkezli olacak şekilde daha büyük iletken küresel bir tabaka içine konuluyor. İçteki kürede net $-Q$ yükü, dıştaki kürede ise net $+3Q$ yükü bulunmaktadır. Yükler elektrostatik dengededir. Gauss yasasını kullanarak her yerdeki yükleri ve elektrik alanlarını bulunuz.

43. 0,5 cm yarıçaplı özdeş iki iletken küre 2 m uzunluklu hafif bir iletken telle bağlıdırlar. İletkenlerden birine 60 μC yüklenirse teldeki gerilmeyi bulunuz. (*Yol gösterme*: kürelerin her brindeki yüzey yük dağılımının düzgün olduğunu varsayınız.)

44. Düzgün biçimli olmayan bir iletken yüzeyinde elektrik alanı 56 kN/C dan 28 kN/C a kadar değişmektedir. Yüzeyin eğrilik yarıçapının (a) en büyük (b) en küçük olduğu yüzey noktasında yerel yüzey yük yoğunluğunu hesaplayınız.

45. Uzun doğrusal bir tel, içi boş metal bir silindirin ekseninde olacak şekilde yerleştirilmiştir. Telin boyca yük yoğunluğu λ, silindirin birim uzunluk başına net yükü 2λ dır. Bu bilgiye dayanarak Gauss yasasını kullanıp (a) silindirin iç ve dış yüzeylerindeki birim uzunluk başına düşen yükü, ve (b) oyuk silindirin ekseninden r uzaklığında silindir dışında elektrik alanını bulunuz.

46. 15,0 cm yarıçaplı iletken küresel bir tabakada $-6{,}40$ μC luk net bir yük, iletken yüzeyine düzgün olarak dağılmıştır. (a) tabakanın hemen dışındaki ve (b) tabaka içindeki noktalarda elektik alanını bulunuz.

WEB 47. Bir kenarı 50,0 cm olan ince iletken bir tabaka xy düzleminde bulunuyor. Tabakaya $4{,}00 \times 10^{-8}$ C luk yük verilirse, (a) tabakadaki yük yoğunluğunu, (b) tabakanın hemen üzerindeki elektrik alanını ve (c) tabakanın hemen altındaki elektrik alanını bulunuz.

48. İç yarıçapı a, dış yarıçapı b olan küresel iletken bir tabakanın net yükü Q'dur. Bir q nokta yükü bu tabakanın merkezine konulursa, (a) tabakanın iç yüzeyindeki ve (b) tabakanın dış yüzeyindeki yüzey yük yoğunluğunu bulunuz.

49. 2 cm yarıçaplı iletken dolu bir kürenin 8 μC yükü vardır. Bu küreyle aynı merkezli iletken bir küre tabakasının iç yarıçapı 4 cm, dış yarıçapı 5 cm ve net yükü -4 μC dur. Bu yük dağılımının merkezinden, (a) $r = 1{,}00$ cm, (b) $r = 3{,}00$ cm, (c) $r = 4{,}50$ cm, ve (d) $r = 7{,}00$ cm uzaklıklardaki elektrik alanını bulunuz.

50. Artı bir nokta yük, R yarıçaplı yüksüz iletken ince bir küresel tabakanın mertezindedir. Tabakanın iç ve dışında bu düzenlenimin oluşturduğu elektrik alan çizgilerini çizimle gösteriniz

(Seçmeli)

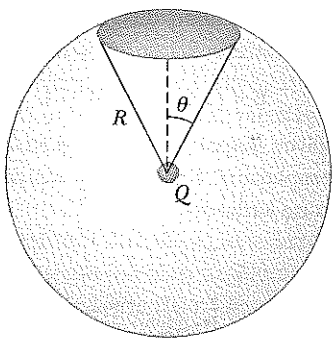
Kesim 24.5 Gauss ve Coulomb Yasalarının Deneysel Doğrulanması

Kesim 24.6 Gauss Yasasının Çıkarılması

51. Bir Q nokta yükü, R yarıçaplı bir kürenin merkezinde bulunuyor. (a) θ yarım açılı dairesel başlıktan (Şekil P24.51) geçen elektrik akısının

$$\Phi_E = \frac{Q}{2\epsilon_0}(1 - \cos\theta)$$

olduğunu gösteriniz. (b) $\theta = 90°$ ve (c) $\theta = 180°$ için akı ne kadardır?

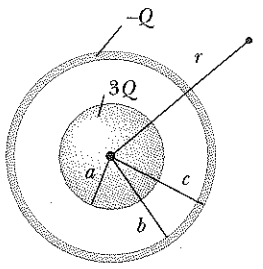


Şekil P24.51

EK PROBLEMLER

52. Düzgün olmayan bir elektrik alanı $\mathbf{E} = a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$ bağıntısı ile veriliyor. Burada a, b ve c sabitlerdir. xy düzleminde $x = 0$'dan $x = w$'ya, $y = 0$'dan $y = h$'ya kadar uzanan bir dikdörtgen yüzeyden geçen elektrik akısını bulunuz.

53. a yarıçaplı içi dolu yalıktan bir kürenin hacmine artı $3Q$ yükü düzgün olarak dağıtılmıştır. Bu küre ile aynı merkezli içyarıçapı b, dış yarıçapı c olan iletken bir küre tabakasında Şekil P24.53'teki gibi $-Q$ net yükü bulunuyor. (a) $r > c$ yarıçaplı küresel bir gauss yüzeyi çizerek bu yüzeyin sardığı net yükü bulunuz. (b) $r > c$'deki elektrik alan doğrultusu nedir? (c) $r > c$'deki elektrik alanını bulunuz. (d) $c > r > b$ bölgesindeki elektrik alanı bulunuz. (e) $c > r > b$ olmak üzere r yarıçaplı küresel bir gauss yüzeyi çizip bu yüzeyin çevrelediği net yükü bulunuz. (f) $b > r > a$ olmak üzere r yarıçaplı küresel bir gauss yüzeyi çizip bu yüzeyin içindeki net yükü bulunuz. (g) $b > r > a$ bölgesindeki elektrik alanı bulunuz. (h) $r < a$ yarıçaplı küresel bir gauss yüzeyi çiziniz ve bu yüzeyin içine aldığı net yükü r'nin fonksiyonu olarak veren bir bağıntı bulunuz. Bu yüzey içinde kalan yük $3Q$'dan azdır.

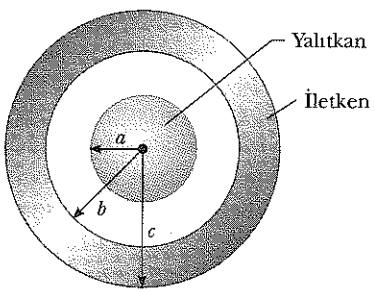


Şekil P24.53

(i) $r < a$ bölgesinde elektrik alanı bulunuz. (j) İletken tabakanın iç yüzeyindeki yükü bulunuz. (k) İletken tabakanın dış yüzeyindeki yükü bulunuz. (l) Elektrik alan büyüklüğünün r'ye göre grafiğini çiziniz.

54. Yüzeyleri arasında küçük bir uzaklık bulunan özdeş iletken iki küre ele alınız. Kürelerden birine büyük, ötekine küçük net artı yük veriliyor. Her iki kürenin net yükleri aynı işaretli olmakla birlikte küreler arasındaki kuvvetin çekici olduğu bulunuyor. Bunun nasıl olabildiğini açıklayınız.

WEB 55. a yarıçaplı yalıtkan dolu bir kürenin toplam yükü Q, düzgün yük yoğunluğu ρ dur. Şekil P24.55 teki gibi, bu kürenin dışında aynı merkezli, iç yarıçapı b, dış yarıçapı c olan yüksüz iletken içi boş bir küre bulunuyor. (a) $r < a$, $a < r < b$, $b < r < c$, ve $r > c$ bölgelerindeki elektrik alan büyüklüğünü bulununuz. (b) İçi oyuk kürenin iç ve dış yüzeylerinde birim yüzölçüm başına düşen indüksiyonla (etkiyle) oluşan yükleri bulunuz.



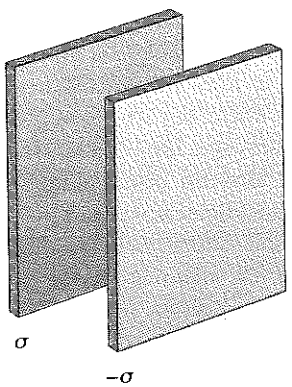
Şekil P24.55 Problem 55 ve 56.

56. Şekil 24.55 deki düzenekte, $a = 5{,}00$ cm, $b = 20{,}0$ cm, ve $c = 25{,}0$ cm olduğunu varsayınız. Ayrıca, merkezden 10,0 cm uzaktaki bir noktada, elektrik alanının $3{,}60 \times 10^3$ N/C değerinde yarıçap boyunca içeriye doğru, merkezden 50,0 cm uzaktaki bir noktada ise $2{,}00 \times 10^2$ N/C değerinde yarıçap boyunca dışarıya doğru olduğunu varsayınız. Bu bilgilere dayanarak,

(a) yalıtkan küredeki yükü, (b) içi oyuk iletken küredeki net yükü, ve (c) içi oyuk iletken kürenin iç ve dış yüzeylerindeki toplam yükü bulunuz.

57. İç yarıçapı a ve dış yarıçapı b olan sonsuz uzunlukta yalıtkan silindirik bir tabakada $\rho(\text{C/m}^3)$ düzgün hacimsel yük yoğunluğu bulunuyor. Bu tabakanın eksenine $\lambda(\text{C/m})$ doğrusal yük yoğunluklu bir yük doğrusu yerleştiriliyor. Elektrik alan şiddetini her yerde bulunuz.

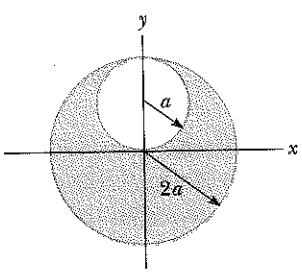
58. Şekil P24.58 deki gibi yalıtkan sonsuz iki yük tabakası birbirlerine paraleldir. Soldaki tabakanın düzgün yük yoğunluğu σ, sağdakinin ise $-\sigma$ dır (a) tabakaların solunda, (b) arasında, ve (c) sağında bulunan noktalardaki elektrik alan değerini hesaplayınız. (*İpucu:* Örnek 24.8 e bakınız.)



Şekil P24.58

WEB 59. Problem 58 deki hesapları, her iki tabakada pozitif σ düzgün yük yoğunluğu olması durumunda yineleyiniz.

60. $2a$ yarıçaplı yalıtkan bir kürenin düzgün ρ hacimsel yük yoğunluğu vardır. (Yalıtkan maddenin elektrik alanını etkilemediğini varsayınız.) Şekil P24.60 daki gibi bu küreden a yarıçaplı bir küre çıkarılarak bir oyuk oluşturuluyor. Bu oyuk içinde elektrik alanının düzgün ve $E_x = 0$, $E_y = \rho a/3\epsilon_0$ ile verildiğini gösteriniz. (*İpucu:* oyuktaki alan, başlangıçtaki içi oyulmamış kürenin alanı ile oyuk büyüklüğünde düzgün $-\rho$ yük yoğunluklu bir kürenin alanının üst üste binmesinden oluşur.)



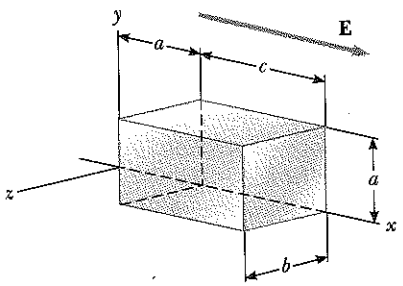
Şekil P24.60

61. **Tarama Problemi.** J.J. Thomson tarafından önerilen ilk hidrojen atom modeline göre (yanlışdı), $+e$ yük bulutu, R yarıçaplı bir küre hacmine düzgün olarak dağılmıştı. Merkezde de, eşit büyüklükte $-e$ kadarlık nokta yüklü elektron bulunuyordu. (a) Gauss yasasını kullanarak, elektronun merkezde dengede olduğunu ve $r < R$ olacak şekilde elektron merkezden r kadar uzaklaştığında, K bir sabit olmak üzere, elektrona etkiyen geri çağırıcı kuvvetin $F = -Kr$ şeklinde olduğunu gösteriniz. (b) $K = k_e e^2/R^3$ olduğunu gösteriniz. (c) m_e kütleli elektron merkezden biraz uzaklaştırılıp ($r < R$) serbest bırakıldığında yapacağı basit harmonik salınımların f frekansı için bir bağıntı bulunuz. (d) Hidrojen spektrumunda en şiddetli çizgiye karşılık gelen ışık frekansı olan $2{,}47 \times 10^{15}$ Hz elektron titreşim frekansını vermek üzere R için sayısal bir değer hesaplayınız.

62. Boyutları $a = b = 0{,}400$ m ve $c = 0{,}600$ m olan kapalı bir yüzey Şekil P24.62 deki gibi yerleştirilmiştir. Bölgedeki elektrik alanı düzgün olmayıp, x metre ile belirtilmek üzere,

$$\mathbf{E} = (3{,}0 + 2{,}0x^2)\mathbf{i}\ \text{N/C}$$

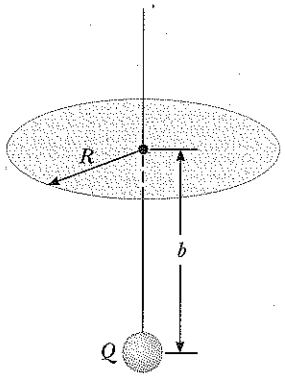
ile veriliyor. Kapalı yüzeyden çıkan net elektrik akısını hesaplayınız. Kapalı yüzey içinde kalan net yük miktarı ne kadardır?



Şekil P24.62

63. R yarıçaplı yalıtkan dolu bir küre, r ye göre değişimi, A bir sabit, $r < R$ küre merkezinden ölçülmek üzere, $\rho = Ar^2$ bağıntısı ile verilen düzgün olmayan bir yük yoğunluğuna sahiptir. (a) Küre dışında ($r > R$) elektrik alanın, $E = AR^5/5\epsilon_0 r^2$ olduğunu gösteriniz. (b) Küre içinde ($r < R$) elektrik alanın, $E = Ar^3/5\epsilon_0$ ile verildiğini gösteriniz. (*İpucu:* Küredeki toplam Q yükü, r, 0 dan R ye kadar değişmek üzere ρdV nin integraline eşittir. $r < R$ yarıçapı içinde kalan q yükü Q dan daha azdır. İntegrallerin hesabında kullanılan r yarıçaplı, dr kalınlıklı küresel tabakadan oluşan dV hacim öğesi $4\pi r^2 dr$ ye eşittir.)

64. Bir Q nokta yükü, R yarıçaplı bir diskin ekseni üzerinde, disk düzleminden b uzaklığında bulunuyor (Şekil P24.64). Yükten çıkan elektrik akısının dörtte biri diskten geçtiğinde, $R = \sqrt{3}b$ olduğunu gösteriniz.



Şekil P24.64

65. Küresel simetrik bir yük dağılımının a sabit olmak üzere yük dağılımı $\rho = a/r$'dir. Elektrik alanını r'nin fonksiyonu olarak bulunuz. (*İpucu:* R yarıçaplı bir küre içindeki yük, r, 0'dan R'ye kadar değişmek üzere, $\rho\, dV$'nin integraline eşittir. İntegral hesabında kullanılan r yarıçaplı dr kalınlıklı küresel tabakadan oluşan dV hacim ögesi $4\pi r^2\, dr$'ye eşittir.)

66. R yarıçaplı sonsuz uzunluklu yalıtkan bir silindirin hacimsel yük yoğunluğu yarıçapa

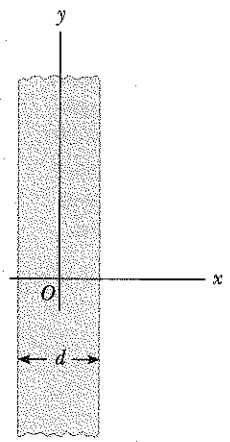
$$\rho = \rho_0\left(a - \frac{r}{b}\right)$$

şeklinde bağlıdır. Burada, ρ_0, a ve b artı sabitler olup r, silindir ekseninden olan uzaklıktır. Gauss yasasını kullanarak (a) $r < R$ ve (b) $r > R$ yarıçap doğrultusundaki uzaklıklarda elektrik alan büyüklüğünü bulunuz.

67. **Tarama Problemi.** Şekil P24.67 de yandan görünüşü verilen, iki boyutu sonsuz olan yalıtkan bir madde diliminin, düzgün artı ρ yük yoğunluğu vardır. (a) Dilim içinde dilim merkezinden x uzaklığında elektrik alanının $E = \rho x/\epsilon_0$ olduğunu gösteriniz. (b) $-e$ yükünde ve m_e kütlesinde bir elektronun dilim içine konulduğunu varsayınız. Dilim merkezinden x uzaklığında elektronun durgun halden serbest bırakılması durumunda,

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\rho e}{m_e \epsilon_0}}$$

frekansıyla basit harmonik hareket yapacağını gösteriniz.



Şekil P24.67 Problem 67 ve 68

68. Yalıtkan bir madde diliminin, düzgün olmayan artı $\rho = Cx^2$ yük yoğunluğu vardır. Burada x, Şekil 24.67 deki gibi dilimin merkezinden ölçülmüştür ve C bir sabittir. Dilim y ve z doğrultularında sonsuzdur. (a) dilimin dışındaki bölgelerde ve (b) dilimin içindeki bölgede $(-d/2 < x < d/2)$ elektrik alanını veren bağıntıları çıkarınız.

69. (a) Coulomb yasası ile Newton'un evrensel kütleçekim yasası arasındaki matematiksel benzerlikten yararlanarak kütleçekim Gauss yasası

$$\oint \mathbf{g} \cdot d\mathbf{A} = -4\pi G m_{\text{iç}}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $m_{\text{iç}}$, gauss yüzeyi içindeki kütledir ve $\mathbf{g} = \mathbf{F}g/m$ gauss yüzeyinin herhangi bir noktasındaki kütleçekim alanını gösterir. (b) Yerkürenin kütle yoğunluğunun düzgün olduğunu varsayarak $r < R_E$ olmak üzere yerküre merkezinden r uzaklığındaki kütleçekim alanını bulunuz.

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

24.1 Yüzey içindeki net yük bulunmadığından sıfırdır.

24.2 (b) ve (d). Yüzey içinde eşit sayıda artı ve eksi yükler bulunabileceğinden (a) ifadesi zorunlu olarak doğru değildir. Şekil 24.8'den görülebileceği gibi, (c) ifadesi zorunlu olarak doğru değildir: yüzeyin her yerinde sıfırdan farklı elektrik alanı vardır, fakat yük yüzeyin içinde değildir; bundan dolayı net akı sıfırdır.

24.3 Sistemin ögelerinin hareketine bakılmaksızın sistemi çevreleyen herhangi bir gauss yüzeyi içinde aynı miktarda yük bulunur. Buna göre gauss yüzeyinden geçen akı, küre ve tabakanın aynı merkezli olmasındaki gibidir.